

۲

فصل



دینامیک و حرکت دایره‌ای



امروزه تعداد زیادی ماهواره در مدارهایی به دور زمین می‌چرخند، بدون آنکه چرخش آنها به سوختی نیاز داشته باشد. این مدارها تقریباً دایره‌ای‌اند و زمین در مرکز آنها قرار دارد. آیا می‌دانید ماهواره‌ها تحت تأثیر چه نیرویی در مدار خود باقی می‌مانند و اگر این نیرو وجود نداشته باشد حرکت آنها چگونه خواهد شد؟ با مطالعه این فصل می‌توانید به این نوع پرسش‌ها پاسخ دهید و حتی می‌توانید زمان یک دور چرخش و تندی ماهواره را در یک مدار تعیین کنید.

بخش‌ها

- ۱-۲ قوانین حرکت نیوتون
- ۲-۲ معرفی برخی از نیروهای خاص
- ۳-۲ تکانه و قانون دوم نیوتون
- ۴-۲ حرکت دایره‌ای بکنواخت
- ۵-۲ نیروی گرانشی

در تمام فعالیت‌های روزانه با نیرو سروکار داریم. راه رفتن، باز و بسته کردن در و پنجره، نوشتن، کار با گوشی همراه، شنا کردن و دوچرخه‌سواری نمونه‌هایی از این دست هستند و همچنین حرکت قطار، هواپیما، خودرو و... بدون اعمال نیرو انجام نمی‌شوند.

در فصل اول با کمیت‌های مکان، تندی، سرعت و شتاب آشنا شدیم و حرکت یک جسم را به کمک آنها توصیف کردیم اما از علت انواع حرکت، پرسشی مطرح نشد، مثلاً در چه صورت حرکت جسم با سرعت ثابت است؟ در چه صورت جسم دارای حرکت با شتاب ثابت روی خط راست است؟ در چه صورت جسم ساکن می‌ماند؟ و...

وقتی جسمی را می‌کشیم یا آن را هل می‌دهیم، به آن نیرو وارد می‌کنیم. نیرو، حاصل برهم‌کنش یا اثر متقابل دو جسم بر یکدیگر است. نیرو کمیتی برداری است که علاوه بر اندازه، جهت نیز دارد (شکل ۱-۲). معمولاً نیرو را با \vec{F} نشان می‌دهند^۱. در رسم نیرو از یک پاره‌خط جهت‌دار با مقیاس مناسب استفاده می‌شود؛ مثلاً در شکل ۲-۲، بردار وزن دو گلدان را مشاهده می‌کنید که با مقیاس مناسب رسم شده‌اند.

نیرو را به کمک نیروسنج اندازه‌گیری می‌کنیم و یکای آن، نیوتون است که با نماد N نشان داده می‌شود. اثر نیرو بر یک جسم به شکل‌های مختلف مانند شروع به حرکت کردن، توقف، کم و زیاد شدن اندازه سرعت (تندی)، تغییر جهت سرعت و تغییر شکل آن جسم، خود را نشان می‌دهد. با توجه به آنچه در مورد سرعت فراگرفتیم، می‌توان به‌طور خلاصه نشان داد که نیروی وارد بر یک جسم می‌تواند سبب تغییر سرعت جسم یا تغییر شکل آن شود.

به‌طور کلی در این فصل می‌خواهیم درباره نیروها، که نقش اساسی در تغییر سرعت یک جسم یا تغییر شکل جسم دارند، قوانین حرکت و حرکت دایره‌ای بحث کنیم. در کتاب علوم نهم با مفهوم نیرو و قوانین نیوتون درباره حرکت آشنا شدیم. در اینجا ضمن مرور و یادآوری آنها، مفاهیم فراگرفته شده را گسترش می‌دهیم تا توانایی و درک شما در رابطه با مفهوم نیرو، عمق بیشتری پیدا کند و بتوانید براساس نیروهای وارد شده به یک جسم، حرکت آن را بررسی و تحلیل کنید.

۱-۲ قوانین حرکت نیوتون

ایزاک نیوتون (۱۶۴۳-۱۷۲۷م) نخستین کسی بود که به رابطه میان نیرو و شتاب پی برد. این رابطه همراه با دیگر قانون‌های نیوتون، اساس مکانیک نیوتونی را تشکیل می‌دهند. در این بخش به بررسی سه قانون اصلی حرکت می‌پردازیم.

قانون اول نیوتون: در علوم نهم دیدیم که اگر به جسمی به‌طور هم‌زمان چند نیرو اثر کند و این نیروها اثر یکدیگر را خنثی کنند، به عبارت دیگر برابند نیروهای وارد بر جسم صفر شود، می‌گوییم نیروهای وارد بر جسم متوازن هستند.



شکل ۱-۲ هنگام وارد کردن نیرو به توپ، باید جهت و اندازه نیروی وارد بر توپ به گونه‌ای باشد که توپ به مکان مناسب و موردنظر بازیکنان برخورد کند.



شکل ۲-۲ گاهی برای سادگی فرض می‌شود که همه جرم یک جسم در یک نقطه به نام مرکز جرم متمرکز شده است و به‌جای آنکه نیرو به قسمت‌های مختلف جسم وارد شود به این نقطه وارد می‌شود.

۱- F سرواژه انگلیسی Force به معنای نیرو است.

پوشش ۱-۲



در شکل روبه‌رو یک کشتی در حال حرکت را می‌بینید که نیروهای وارد بر آن متوازن‌اند. کدام نیروها اثر یکدیگر را خنثی کرده‌اند؟

قبل از سال ۱۶۰۰ میلادی دیدگاه رایج این بود که هر جسم در حال حرکتی برای ادامه حرکت حتماً نیاز به نیرو دارد، ولی گالیله با طراحی آزمایش‌هایی ذهنی نتیجه گرفت که در نبود نیرو، حرکت جسم متحرک ادامه می‌یابد. نیوتون نظر گالیله را به صورت یک قانون بیان کرد که به نام قانون اول نیوتون شهرت دارد: «یک جسم، حالت سکون یا حرکت با سرعت ثابت خود را حفظ می‌کند مگر آنکه نیروی خالصی (غیر صفر) به آن وارد شود». به عبارت دیگر وقتی نیروهای وارد بر جسمی متوازن باشند، اگر جسم ساکن باشد، همچنان ساکن باقی می‌ماند و اگر در حال حرکت باشد، سرعت جسم تغییر نمی‌کند و ثابت می‌ماند.

پوشش ۲-۲

در فیلمی علمی - تخیلی، موتور یک کشتی فضایی که در فضای تهی خارج از جو زمین و دور از هر سیاره و خورشید در حرکت است، از کار می‌افتد. در نتیجه حرکت کشتی فضایی کُند می‌شود و می‌ایستد. آیا امکان وقوع چنین رویدادی وجود دارد؟ توضیح دهید.

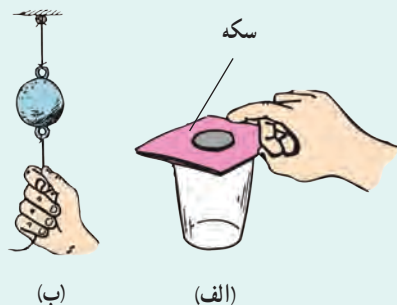
فعالیت ۱-۲

درباره آزمایش ذهنی گالیله تحقیق کنید و به کلاس گزارش دهید.

فرض کنید در اتوبوسی نشسته‌اید و اتوبوس در یک جاده مستقیم حرکت می‌کند. اگر راننده ترمز کند و شما کمربند خود را نبسته باشید، ممکن است به جلو پرتاب شوید (متمایل شوید)، یا اگر اتوبوس ساکن باشد و ناگهان شروع به حرکت کند، به طرف عقب به صندلی خود فشرده می‌شوید. آیا علت آن را می‌دانید؟ بر اساس قانون اول نیوتون، اگر بر جسم نیروی خالصی وارد نشود، جسم ساکن می‌ماند و یا با سرعت ثابت به حرکت خود ادامه می‌دهد. به این خاصیت اجسام که میل دارند وضعیت حرکت خود را هنگامی که نیروی خالص وارد بر آنها صفر است حفظ کنند، **لختی**^۱ گویند.

۱- Inertia

پرسش ۲-۳

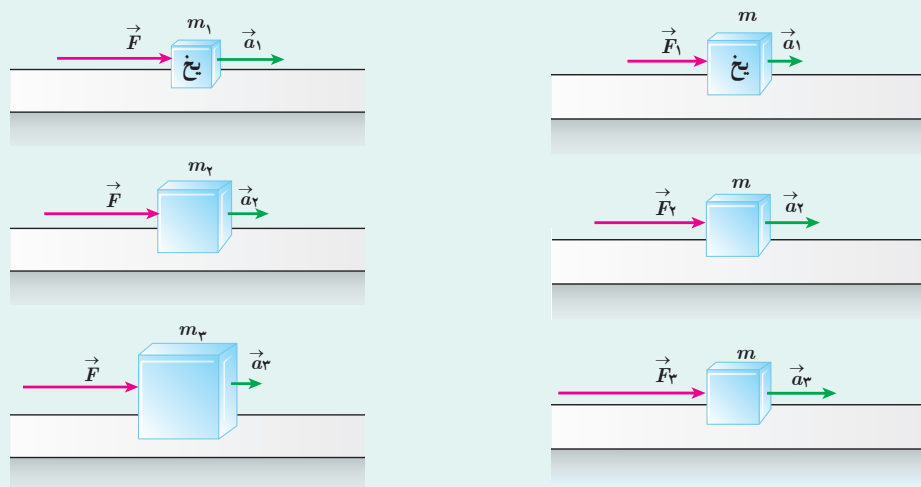


الف) در شکل الف مقوا را به سرعت می‌کشیم، برای سکه چه اتفاقی می‌افتد؟ چرا؟
 ب) در شکل ب، اگر به آرامی نیروی وارد بر گوی سنگین را زیاد کنیم کدام نخ پاره می‌شود؟ اگر ناگهان نخ را بکشیم، کدام نخ پاره می‌شود؟ علت را توضیح دهید.

قانون دوم نیوتون: قانون اول نیوتون به بررسی حرکت جسمی می‌پردازد که نیروی خالص وارد بر آن صفر است. حال اگر نیروهای وارد بر جسم متوازن نباشند، یعنی نیروی خالصی بر جسم وارد شود، برای حرکت جسم چه اتفاقی می‌افتد؟ قانون دوم نیوتون به این پرسش پاسخ می‌دهد. همان‌طور که در علوم نهم دیدیم وقتی نیروی خالصی به جسمی وارد می‌شود، سرعت آن تغییر می‌کند و جسم تحت تأثیر آن نیرو، شتابی در جهت نیروی خالص پیدا می‌کند.

پرسش ۲-۴

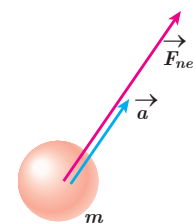
در شکل‌های زیر، قطعه یخ‌ها روی یک سطح افقی بدون اصطکاک قرار دارند. تفسیر خود را از این شکل‌ها بیان کنید.



مشاهدات مختلف نشان می‌دهد هر چه نیروی خالص وارد بر جسم بزرگ‌تر باشد شتابی که جسم می‌گیرد نیز بیشتر خواهد بود. جرم جسم نیز روی شتابی که این جسم می‌گیرد مؤثر است. با یک نیروی خالص معین، هر چه جرم جسم بیشتر باشد، شتاب آن کمتر است. یعنی شتاب با جرم نسبت وارون دارد.

چنین تجربیاتی در تأیید قانون دوم نیوتون است که بیان می‌کند:

هرگاه بر جسم نیروی خالصی وارد شود، جسم تحت تأثیر آن نیرو شتاب می‌گیرد که این شتاب با نیروی خالص وارد بر جسم نسبت مستقیم دارد و در همان جهت نیروی خالص است و با جرم جسم



شکل ۳-۱۱ شتاب جسم (\vec{a}) در جهت نیروی خالص وارد بر آن (\vec{F}_{net}) است.

و یا :

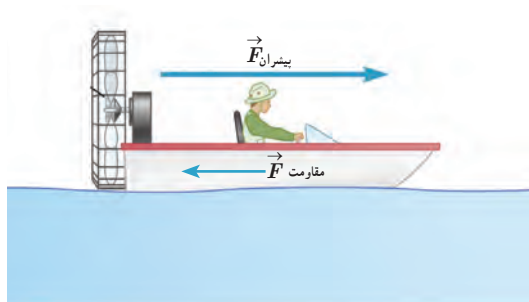
$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_{net}}{m}$$

$$\vec{F}_{net} = m \vec{a} \quad \text{(قانون دوم نیوتون)} \quad (۱-۲)$$

یکای SI نیرو، نیوتون است. یک نیوتون برابر با مقدار نیروی خالصی^۱ است که به جسمی به جرم یک کیلوگرم، شتابی برابر یک متر بر مربع ثانیه می‌دهد.

توجه: در رابطه ۱-۲، ma نیرو نیست. تمام نیروهای وارد بر یک جسم با هم جمع برداری می‌شوند تا نیروی خالص (F_{net}) وارد بر جسم به دست آید و آن را در سمت چپ معادله قرار می‌دهند. این نیروی خالص مساوی با حاصل ضرب جرم در شتاب (ma) است.

مثال ۱-۲



نیروی موتور یک قایق موتوری که جرم آن با سرنشیش 400 kg است، به گونه‌ای تنظیم می‌شود که در بازه زمانی معینی، همواره نیروی افقی خالص 800 N به طرف جلو بر قایق وارد می‌شود. الف) شتاب این قایق چقدر و در چه جهتی است؟ ب) اگر نیروی پیشران در یک لحظه 1300 N باشد، نیروی مقاومت در آن لحظه چقدر است؟

پ) چقدر طول می‌کشد تا سرعت قایق از حالت سکون به 15 m/s برسد؟ در این مدت قایق چقدر جابه‌جا می‌شود؟

پاسخ: الف) از قانون دوم نیوتون برای پیدا کردن شتاب قایق استفاده می‌کنیم. با توجه به اینکه قایق در یک مسیر مستقیم حرکت می‌کند، می‌توان رابطه ۱-۲ را برای یک راستا به صورت $a = \frac{F_{net}}{m}$ نوشت:

$$a = \frac{F_{net}}{m} = \frac{800 \text{ N}}{400 \text{ kg}} = 200 \text{ N/kg} = 200 \text{ m/s}^2$$

با توجه به اینکه جهت شتاب همواره در جهت نیروی خالص است، شتاب قایق به طرف جلو خواهد بود.

ب) نیروی پیشران و مقاومت در یک راستا هستند، بنابراین می‌توانیم بنویسیم:

$$F_{net} = F_{پیشران} - F_{مقاومت} \Rightarrow 800 \text{ N} = 1300 \text{ N} - F_{مقاومت}$$

$$F_{مقاومت} = 500 \text{ N}$$

پ) از رابطه سرعت - زمان و سرعت - جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت استفاده می‌کنیم.

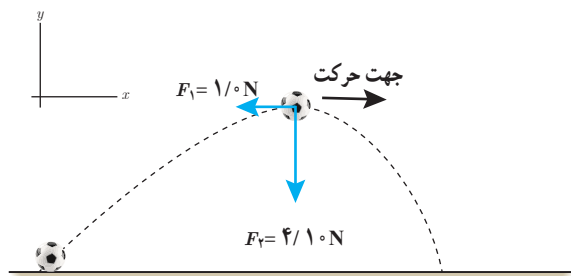
$$v = at + v_0 \Rightarrow 15 \text{ m/s} = (200 \text{ m/s}^2)t + 0 \text{ m/s} \Rightarrow t = 7/5 \text{ s}$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x \Rightarrow \Delta x = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} = \frac{(15 \text{ m/s})^2 - (0 \text{ m/s})^2}{2(200 \text{ m/s}^2)} = 56/3 \text{ m}$$

به این ترتیب با داشتن نیروی خالص می‌توانیم کمیت‌های شتاب، سرعت، زمان حرکت، مکان و جابه‌جایی را به دست آوریم.

۱-واژه net در زبان انگلیسی به معنای خالص است.

مثال ۲-۲



شکل روبه‌رو نیروهای وارد بر توپ فوتبالی به جرم 420 g را در بالاترین نقطه مسیرش نشان می‌دهد که در آن نیروی مقاومت هوا \vec{F}_2 و وزن توپ است. جهت و بزرگی شتاب توپ در این نقطه را تعیین کنید. از نیروهای دیگر وارد بر توپ صرف‌نظر می‌شود.

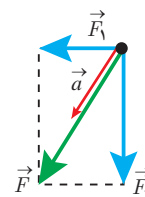
پاسخ: جهت شتاب در جهت نیروی خالص (برایند) است.

$$\vec{F}_2 = (-4/10\text{ N}) \vec{j} \quad \text{و} \quad \vec{F}_1 = (-1/10\text{ N}) \vec{i}$$

$$\vec{F}_{net} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = (-1/10\text{ N}) \vec{i} + (-4/10\text{ N}) \vec{j}$$

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_{net}}{m} = \frac{(-1/10\text{ N}) \vec{i} + (-4/10\text{ N}) \vec{j}}{420 \times 10^{-3}\text{ kg}} = (-2/4\text{ N/kg}) \vec{i} + (-9/8\text{ N/kg}) \vec{j}$$

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{(-2/4\text{ N/kg})^2 + (-9/8\text{ N/kg})^2} = 10\text{ N/kg} = 10\text{ m/s}^2$$



قانون سوم نیوتون: وقتی فتری را می‌کشید، فتر نیز شما را می‌کشد. در برخورد راکت با توپ تنیس، راکت به توپ نیرو وارد می‌کند و توپ نیز به راکت نیرو وارد می‌کند. اگر شما دیوار را هل دهید. دیوار نیز شما را هل می‌دهد. دو بار الکتریکی بدون آنکه با هم تماس داشته باشند به هم نیروی الکتریکی وارد می‌کنند. همچنین دو قطب آهن‌ربا بدون تماس با یکدیگر به هم نیروی مغناطیسی وارد می‌کنند (شکل ۲-۴). در این مثال‌ها نیرو اثر متقابل دو جسم بر یکدیگر است.

نیروها همواره به‌صورت جفت وجود دارند. اگر یکی از این نیروها را **کنش** بنامیم، نیروی دیگر **واکنش** نامیده می‌شود. قانون سوم نیوتون رابطه کمی بین نیروهای کنش و واکنش را به‌صورت زیر بیان می‌کند:

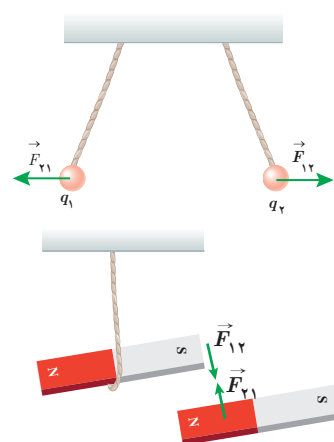
هرگاه جسمی به جسم دیگر نیرو وارد کند، جسم دوم نیز به جسم اول نیرویی هم‌اندازه و هم‌راستا اما در خلاف جهت وارد می‌کند.

بر اساس قانون سوم نیوتون، در تمام مثال‌های بالا، هر دو نیرو هم‌اندازه و هم‌راستا ولی در خلاف جهت یکدیگرند و می‌توانیم بنویسیم:

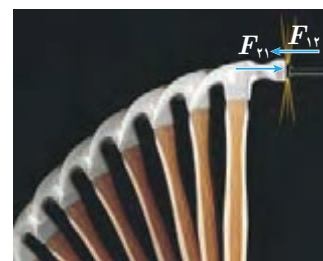
$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} \Rightarrow F_{12} = F_{21} \quad (\text{قانون سوم نیوتون}) \quad (2-2)$$

توجه داریم ممکن است نیروهای کنش و واکنش منجر به اثرات متفاوتی شود؛ مثلاً هنگام کوبیدن میخ در قطعه‌ای چوب، چکش به میخ نیرو وارد می‌کند و سبب فرورفتن میخ در چوب می‌شود. نیروی وارد از میخ به چکش حرکت چکش را کند و متوقف می‌کند (شکل ۲-۵).

توجه کنید که نیروهای کنش و واکنش همواره به دو جسم وارد می‌شوند و هم‌نوع‌اند؛ مثلاً هر دو الکتریکی‌اند، یا هر دو مغناطیسی‌اند یا هر دو گرانشی‌اند و یا ...



شکل ۲-۴ نیروهای کنش و واکنش هم‌اندازه، هم‌راستا و در خلاف جهت یکدیگرند.



شکل ۲-۵ چکش به میخ نیرو وارد می‌کند و میخ به چکش. این نیروها هم‌اندازه، هم‌راستا و در خلاف جهت یکدیگرند.

۱- بررسی حالت‌هایی که نیروها هم‌راستا با عمود بر هم نیستند خارج از برنامه درسی این کتاب است و نباید مورد ارزشیابی قرار گیرد.

مثال ۲-۳



دو شخص به جرم‌های ۷۵ kg و ۵۰ kg با کفش‌های چرخ‌دار در یک سالن مسطح و صاف روبه‌روی هم ایستاده‌اند. شخص اول با نیروی ۱۰۰ N شخص دوم را به طرف راست هل می‌دهد.

الف) شتابی که شخص دوم می‌گیرد چقدر است؟

ب) شتابی که شخص اول می‌گیرد چقدر است؟

پاسخ: از قانون سوم نیوتون می‌دانیم نیرویی که شخص اول به دوم وارد می‌کند (\vec{F}_{12}) هم‌اندازه و در خلاف جهت نیرویی است که شخص دوم به اول وارد می‌کند (\vec{F}_{21}) . با انتخاب جهت مثبت محور x به طرف راست می‌توانیم بنویسیم:

$$\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12} \Rightarrow F_{21} = F_{12} = 100\text{ N}$$

$$\vec{a}_2 = \frac{\vec{F}_{12}}{m} = \frac{(100\text{ N}) \vec{i}}{50\text{ kg}} = (2\text{ m/s}^2) \vec{i}$$

$$\vec{a}_1 = \frac{\vec{F}_{21}}{m} = \frac{-(100\text{ N}) \vec{i}}{75\text{ kg}} = -(1.33\text{ m/s}^2) \vec{i}$$

توجه کنید نیروهای وارد بر هر دو نفر هم‌اندازه بوده است، اما به علت متفاوت بودن جرم‌ها، شتاب‌ها متفاوت شده است.

پرسش ۲-۵

شخصی در حال هل دادن جعبه‌ای سنگین روی سطح افقی است و این جعبه در جهت این نیرو حرکت می‌کند. با توجه به آنکه نیرویی که شخص به جعبه وارد می‌کند با نیرویی که جعبه به شخص وارد می‌کند هم‌اندازه است، توضیح دهید چگونه جعبه حرکت می‌کند؟

۲-۲ معرفی برخی از نیروهای خاص

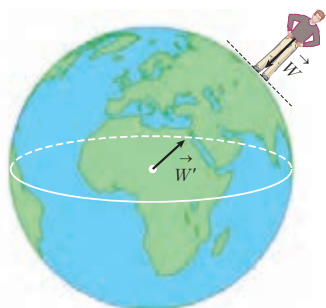
بنا به قانون دوم نیوتون $(\vec{F}_{net} = m \vec{a})$ برای بررسی حرکت یک جسم باید نیروهای وارد بر آن جسم را تعیین کنیم. به همین دلیل لازم است با انواع نیروها آشنا شویم. در این بخش تعدادی از نیروهایی را که با آنها بیشتر سروکار داریم، معرفی می‌کنیم.

وزن: همان‌طور که در علوم هفتم خواندیم وزن یک جسم روی زمین، نیروی گرانشی است که از طرف زمین بر جسم وارد می‌شود (شکل ۲-۶). وقتی جسمی را در نزدیکی سطح زمین رها می‌کنیم، وزن آن سبب می‌شود تا جسم به طرف زمین شتاب پیدا کند. اگر از نیروی مقاومت هوا در مقابل حرکت چشم‌پوشی شود، طبق قانون دوم نیوتون می‌توانیم بنویسیم:

$$\text{شتاب} \times \text{جرم جسم} = \text{وزن جسم}$$

اگر جرم جسم را با m ، شتاب گرانشی را با \vec{g} و وزن را با \vec{W} نشان دهیم، رابطه بالا به شکل زیر درمی‌آید:

$$\vec{W} = m \vec{g} \quad (\text{وزن جسم}) \quad (2-3)$$



شکل ۲-۶ زمین بر جسم نیروی گرانشی (\vec{W}) وارد می‌کند و جسم نیز بر زمین نیروی گرانشی (\vec{W}') وارد می‌کند.

توجه داریم که جهت وزن و در نتیجه شتاب گرانشی همواره به طرف زمین (مرکز زمین) است. جرم یک جسم در مکان‌های مختلف ثابت است، اما وزن آن طبق رابطه ۲-۳ به مقدار \vec{g} در آن مکان بستگی دارد. مثلاً اگر جرم شخصی 60 kg باشد، در محلی که $g = 9/8\text{ N/kg}$ است، وزن آن 588 N و در بالونی که در ارتفاع زیاد حرکت می‌کند و در آن ارتفاع $g = 9/76\text{ N/kg}$ است تقریباً 586 N است. شتاب جاذبه در سطح زمین تقریباً $9/8\text{ N/kg}$ است.

تمرین ۱-۲

الف) وزن قطعه‌ای طلا به جرم 100 گرم را روی سطح زمین به دست آورید.
 ب) وزن یک جسم در سطح یک سیاره برابر با نیروی گرانشی است که از طرف آن سیاره بر جسم وارد می‌شود. وزن این قطعه طلا را در سطح ماه و مریخ به دست آورید و با هم مقایسه کنید. ($g_{\text{زمین}} = 9/8\text{ N/kg}$, $g_{\text{ماه}} = 1/6\text{ N/kg}$, $g_{\text{مریخ}} = 3/7\text{ N/kg}$)

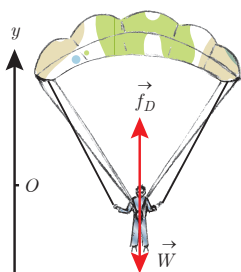
توجه کنید، حتی اگر جسم در حال سقوط آزاد نباشد باز هم نیروی وزن (\vec{W}) بر آن وارد می‌شود. مثلاً بر یک چتر باز قبل از پرش، در حال سقوط و حتی هنگام رسیدن به زمین، نیروی وزن وارد شده و از رابطه ۲-۳ به دست می‌آید.

نیروی مقاومت شماره: وقتی جسمی مانند یک توپ را از بالای ساختمانی رها می‌کنیم، علاوه بر وزن جسم، نیروی دیگری از طرف هوا به جسم در خلاف جهت حرکت وارد می‌شود. به طور کلی وقتی جسمی در یک شماره (مایع یا گاز) قرار دارد و نسبت به آن حرکت می‌کند از طرف شماره نیرویی در خلاف جهت حرکت جسم، به آن وارد می‌شود که به آن **نیروی مقاومت شماره** می‌گویند و معمولاً آن را با \vec{f}_D نشان می‌دهند. نیروی مقاومت شماره به بزرگی جسم، تندی آن و ... بستگی دارد. هرچه تندی جسم بیشتر باشد، نیروی مقاومت شماره بیشتر خواهد شد. همان طور که می‌دانیم اگر جسم در هوا حرکت کند، به این نیرو، **نیروی مقاومت هوا** می‌گویند.

مثال ۴-۲

چتربازی به جرم 60 kg مدتی پس از یک پرش آزاد، چترش را باز می‌کند. ناگهان نیروی مقاومت هوا به 1140 N افزایش می‌یابد. شتاب چتر باز را در این لحظه به دست آورید و حرکت آن را تحلیل کنید. برای سادگی g را 10 N/kg فرض کنید.

پاسخ: با توجه به شکل، نیروی وزن به طرف پایین و مقاومت هوا به طرف بالا است. اگر محور مختصات را رو به بالا انتخاب کنیم، برای محاسبه شتاب چتر باز در این حالت می‌توانیم بنویسیم:



$$f_D - W = ma \Rightarrow (1140\text{ N}) - (60\text{ kg})(10\frac{\text{N}}{\text{kg}}) = (60\text{ kg})a$$

$$\Rightarrow a = \frac{540\text{ N}}{60\text{ kg}} = 9\text{ m/s}^2$$

همان طور که ملاحظه می‌کنید شتاب چتر باز در این حالت 9 m/s^2 و رو به بالا، یعنی در خلاف جهت حرکت آن است. پس به تدریج تندی چتر باز کاهش پیدا می‌کند و در نتیجه نیروی مقاومت هوا نیز

۱- توجه کنید، نیروی مقاومت شماره با نیروی شناوری که از سال دهم با آن آشنا هستید، متفاوت است.

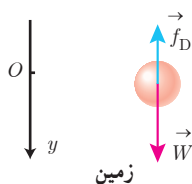
۲- D Drag به معنای پسا (پس کشی) است.

کم می‌شود تا اینکه نیروی مقاومت هوا و وزن هم‌اندازه شده و نیروهای وارد بر چتر باز متوازن شوند. پس از این چتر باز با تندی ثابتی موسوم به **تندی حدی**، به طرف پایین حرکت می‌کند. تندی حدی برای یک چتر باز نوعی حدود 5 m/s و برای قطرات باران حدود 7 m/s است.

مثال ۲-۵

دو گوی هم‌اندازه را که جرم یکی دو برابر دیگری است ($m_2 = 2m_1$) از بالای برجی به ارتفاع h به‌طور هم‌زمان رها می‌کنیم. با فرض اینکه نیروی مقاومت هوا در طی حرکت دو گوی ثابت و یکسان باشد، تندی برخورد کدام گوی با زمین بیشتر است؟

پاسخ: بر این گوی‌ها، دو نیروی وزن و مقاومت هوا وارد می‌شود. طبق قانون دوم نیوتون، نیروی خالص وارد بر گوی برابر



با حاصل ضرب جرم در شتاب است. نیروی مقاومت هوا را با f_D و وزن را با W نشان می‌دهیم و برای بررسی ساده‌تر حرکت گوی‌ها، جهت مثبت محور y را به طرف پایین انتخاب می‌کنیم:

$$W - f_D = ma \Rightarrow a = \frac{W - f_D}{m} = \frac{mg - f_D}{m} = g - \frac{f_D}{m}$$

یعنی با در نظر گرفتن مقاومت هوا، هر چه m بیشتر باشد، شتاب حرکت بیشتر است. در نتیجه $a_2 > a_1$ است.

طبق رابطه سرعت - جابه‌جایی می‌توانیم بنویسیم:

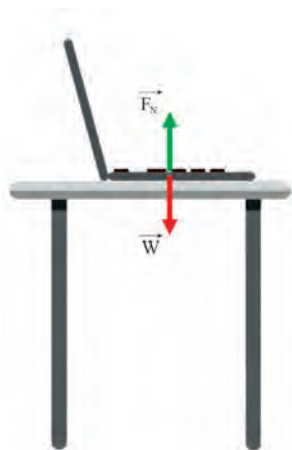
$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta y \Rightarrow v^2 - 0 = 2ah \Rightarrow v = \sqrt{2ah} \Rightarrow v_2 > v_1$$

یعنی در این مثال تندی برخورد گوی سنگین‌تر، بیشتر از گوی سبک‌تر است.

تمرین ۲-۲

اگر در مثال ۲-۵ از مقاومت هوا صرف نظر کنیم، سرعت برخورد گوی‌ها با زمین را با هم مقایسه کنید.

نیروی عمودی سطح: مطابق شکل ۲-۷، لپ‌تاپی را روی سطح افقی میزی در نظر بگیرید. بر لپ‌تاپ ساکن روی میز افقی چه نیروهایی وارد می‌شود؟ با توجه به اینکه نیروی وزن بر لپ‌تاپ وارد می‌شود، چه نیرویی سبب خنثی شدن آن و سکون جسم می‌شود؟



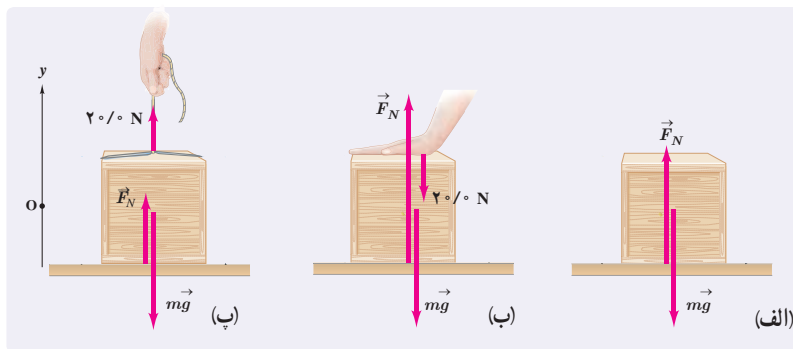
شکل ۲-۷ نیروهای وارد بر لپ‌تاپ متوازن‌اند.

همان‌طور که می‌دانیم نیروهای وارد بر جسم ساکن، متوازن‌اند، بنابراین در این حالت باید یک نیروی هم‌اندازه و در خلاف جهت وزن از طرف میز (سطح) بر لپ‌تاپ وارد شده باشد تا نیروی وزن را خنثی کند. به این نیرو که عمود بر سطح تماس است، **نیروی عمودی سطح** (تکیه‌گاه) می‌گویند و آن را با F_N نشان می‌دهند.

$$\vec{F}_{net} = 0 \Rightarrow \vec{F}_N + \vec{W} = 0 \Rightarrow \vec{F}_N = -\vec{W} \Rightarrow F_N = W$$

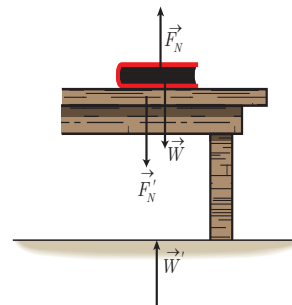
نیروی عمودی سطح ناشی از تغییر شکل سطح تماس دو جسم است. اگر جسمی سنگین را روی یک سطح اسفنجی یا یک تشک قرار دهیم تغییر شکل اسفنج یا تشک به خوبی دیده می‌شود. حتی یک زمین به‌ظاهر سفت و سخت نیز وقتی جسمی روی آن قرار می‌گیرد، تغییر شکل می‌دهد. این تغییر شکل مربوط به نیروهای بین مولکولی است که در فیزیک ۱ با آن آشنا شدید.

تمرین ۲-۲



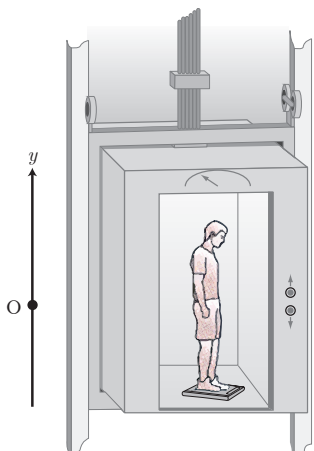
همانند شکل، جعبه‌ای به جرم $4/0 \text{ kg}$ روی میزی افقی قرار دارد. نیروی عمودی سطح را در حالت‌های نشان داده شده به دست آورید.

نیروی عمودی تکیه‌گاه از طرف سطح به جسمی که روی آن قرار دارد وارد می‌شود، بنابراین واکنش این نیرو F'_N به صورت عمودی و در خلاف جهت F_N از طرف جسم به سطح وارد می‌شود (شکل ۲-۸). همچنین واکنش نیروی وزن (\vec{W}') نیرویی است که از طرف جسم به زمین و در خلاف جهت \vec{W} وارد می‌شود.



شکل ۲-۸ بر جسم نیروی عمودی سطح (F_N) و وزن (\vec{W}) وارد می‌شود.

مثال ۲-۶



شخصی درون آسانسوری ساکن، روی یک ترازوی فنری ایستاده است. در این حالت ترازو عدد 588 N را نشان می‌دهد. الف) جرم شخص چند کیلوگرم است؟ ب) وقتی آسانسور شتاب رو به بالای $2/0 \text{ m/s}^2$ دارد، ترازو چه عددی را نشان می‌دهد؟ پ) وقتی آسانسور شتاب رو به پایین $2/0 \text{ m/s}^2$ دارد ترازو چه عددی را نشان می‌دهد؟ ت) اگر کابل آسانسور پاره شود و آسانسور سقوط آزاد کند، ترازو چه عددی را نشان می‌دهد؟ ($g = 9/80 \text{ N/kg}$)
پاسخ: بر شخص نیروی وزن به طرف پایین و نیروی عمودی سطح به طرف بالا وارد می‌شود. جهت مثبت محور y را رو به بالا انتخاب می‌کنیم و از قانون دوم نیوتون برای پاسخ به قسمت‌های مختلف استفاده می‌کنیم.

الف) در حالتی که آسانسور ساکن است می‌توانیم بنویسیم:

$$F_N - W = ma = 0 \Rightarrow F_N = W = mg$$

توجه داریم نیروسنج نیروی وارد بر خودش یعنی F'_N که واکنش F_N است را نشان می‌دهد. پس نیروسنج اندازه F_N را در حالت‌های مختلف نشان می‌دهد.

$$F'_N = 588 \text{ N} \Rightarrow F_N = F'_N = 588 \text{ N}, F_N = W = mg \Rightarrow 588 \text{ N} = m(9/80 \text{ N/kg}) \Rightarrow m = 60/0 \text{ kg}$$

ب)

$$F_N - W = ma \rightarrow F_N = mg + ma = (60/0 \text{ kg})(9/80 \text{ N/kg}) + (60/0 \text{ kg})(2/0 \text{ N/kg})$$

$$F_N = 708 \text{ N}$$

یعنی در این حالت، ترازو عددی بزرگ‌تر از اندازه وزن را نشان می‌دهد.

(پ)

$$F_N - W = ma \Rightarrow F_N - mg = ma \Rightarrow F_N = mg + ma = m(g+a)$$

جهت شتاب رو به پایین است.

$$F_N = (60 \cdot 10 \text{ kg}) \left(9.8 \frac{\text{N}}{\text{kg}} - 2 \cdot 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \right) = 468 \text{ N}$$

یعنی در این حالت ترازو، عددی کوچک‌تر از اندازه وزن را نشان می‌دهد.

(ت) وقتی کابل آسانسور پاره شود، آسانسور سقوط آزاد می‌کند و شتاب آن برابر g و رو به پایین است.

$$F_N - W = ma \rightarrow F_N = mg + ma = m(g-g) = 0$$

یعنی در سقوط آزاد، نیروی عمودی سطح صفر است. به عبارت دیگر ترازو عدد صفر را نشان می‌دهد.

پوشش ۲-۶

در مثال ۲-۶، در هر یک از حالت‌های زیر، عددی را که ترازوی فنری نشان می‌دهد با وزن شخص مقایسه کنید.

(الف) آسانسور به طرف بالا شروع به حرکت کند.

(ب) آسانسور به طرف پایین شروع به حرکت کند.

(پ) آسانسور در حالی که به طرف بالا حرکت می‌کند، متوقف شود.

(ت) آسانسور در حالی که به طرف پایین حرکت می‌کند، متوقف شود.

نیروی اصطکاک: وقتی تلاش می‌کنیم جسمی را روی سطحی به حرکت درآوریم، چه جسم

حرکت کند و چه ساکن بماند، با مقاومتی روبه‌رو می‌شویم که به آن **نیروی اصطکاک** گویند.

اگر یک خودروی ساکن بر سطح افقی خیابان را (که در وضعیت پارک است) هل دهید، و نتوانید

آن را به حرکت درآورید، در این حالت نیرویی در خلاف جهت هل دادن شما بین لاستیک‌ها و سطح

به وجود آمده است که با حرکت خودرو مخالفت می‌کند (شکل ۲-۹). این نیرو، نمونه‌ای از **نیروی**

اصطکاک ایستایی است و آن را با f_s نشان می‌دهند. حال خودروی در حال حرکتی را در نظر بگیرید

که راننده‌اش ترمز کرده و چرخ‌های خودرو قفل شده است. سرعت خودرو کاهش پیدا می‌کند و پس از

طی مسافتی متوقف می‌شود. در این حالت نیز نیرویی در خلاف جهت حرکت از طرف سطح بر خودرو

وارد می‌شود. این نیرو، نمونه‌ای از **نیروی اصطکاک جنبشی** است و آن را با f_k نشان می‌دهند.

نیروی اصطکاک بین دو جسم به جنس سطح دو جسم، و زبری و نرمی آنها و... بستگی دارد؛

مثلاً اصطکاک بین کفش و سطح زمین به جنس زیره کفش و سطحی که روی آن حرکت می‌کنیم

بستگی دارد. نیروی اصطکاک بین دو جسم به علت ناهمواری‌های محل تماس دو جسم ایجاد

می‌شود (شکل ۲-۱۰). حتی سطوحی که بسیار هموار به نظر می‌آیند، ناهمواری‌های میکروسکوپی

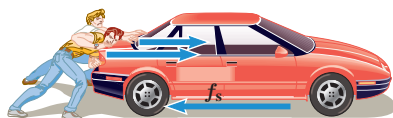
بسیاری دارند که سبب اصطکاک می‌شوند.

نیروی اصطکاک عمدتاً به‌عنوان نیروی اتلافی شناخته می‌شود، با وجود این در زندگی روزمره

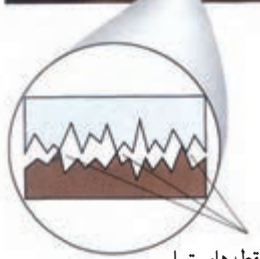
لازم است. نگه‌داشتن یک قلم در دست، نوشتن، راندن خودرو، قدم زدن و دویدن، ترمز کردن و...

بدون اصطکاک ممکن نیست. بدون اصطکاک حتی ایستادن ناممکن است، زیرا کمترین جابه‌جایی

سبب لغزیدن و افتادن می‌شود.



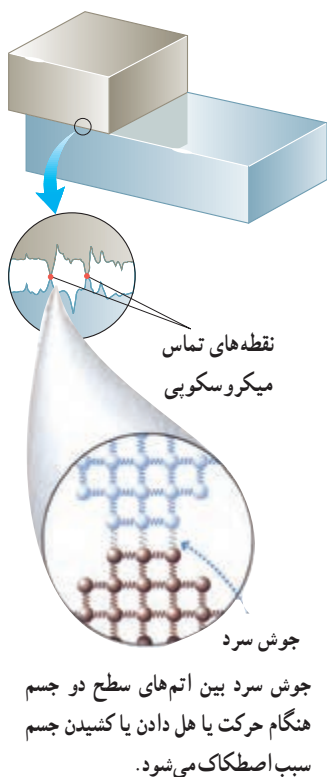
شکل ۲-۹ نیروی اصطکاک ایستایی در خلاف جهت هل دادن به وجود آمده است.



نقطه‌های تماس

شکل ۲-۱۰

الف) بر اساس قانون سوم نیوتون و آنچه از اصطکاک آموختید، توضیح دهید راه رفتن با شروع از حالت سکون چگونه انجام می‌شود؟
ب) چرا راه رفتن روی یک سطح سُر مانند سطح یخ به‌سختی ممکن است؟



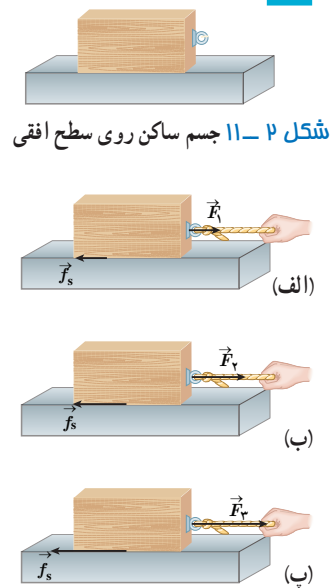
دیدگاه میکروسکوپی: در واقع، نیروی اصطکاک و نیروی عمودی سطح، جمع برداری نیروهای بی‌شماری است که طبیعت الکتریکی دارند و بین اتم‌های سطح یک جسم و اتم‌های سطح جسم دیگر عمل می‌کنند. اگر دو سطح فلزی کاملاً صیقل داده شده و تمیز روی هم گذاشته شوند، نمی‌توان به راحتی آنها را روی هم لغزاند. چون سطح آنها بسیار صاف است، بسیاری از اتم‌های یک سطح در تماس با بسیاری از اتم‌های سطح دیگراند و مطابق شکل انگار دو سطح با هم جوش خورده‌اند که اصطلاحاً به آن جوش سرد گویند. وقتی دو سطح معمولی روی هم قرار داده شوند، برخی نقاط با هم تماس پیدا می‌کنند. سطح میکروسکوپی تماس بسیار کوچک‌تر از سطح ماکروسکوپی ظاهری تماس است (حدود 10^4 بار کوچک‌تر). با وجود این بسیاری از نقاط تماس با یکدیگر جوش می‌خورند. این جوش‌ها وقتی یک نیرو بخواهد دو سطح را روی هم بلغزاند، اصطکاک ایستایی ایجاد می‌کنند. اگر نیروی وارد شده برای کشیدن یک سطح روی دیگری به حد کافی بزرگ باشد، نخست جوش‌ها جدا می‌شوند (در لحظه شروع به حرکت) و پس از آن با شروع حرکت، جوش‌ها به‌طور پیوسته مجدداً تشکیل و سپس پاره می‌شوند.

در ادامه نیروی اصطکاک را در دو حالت بررسی می‌کنیم:

الف) اصطکاک ایستایی: جسمی مطابق شکل ۲-۱۱ روی یک سطح افقی ساکن است. به این جسم نیروی وزن (\vec{W}) و نیروی عمودی سطح (\vec{F}_N) در راستای قائم وارد می‌شود. در ابتدا نیروی افقی \vec{F}_1 را به جسم وارد می‌کنیم به طوری که جسم ساکن بماند (شکل ۲-۱۲ الف)، چون جسم ساکن است بنا به قانون دوم نیوتون باید نیروی خالص وارد بر آن صفر باشد. بنابراین در راستای افقی داریم:

$$F_1 - f_s = ma = 0 \Rightarrow f_s = F_1$$

اکنون فرض کنید اندازه نیروی \vec{F}_1 را افزایش داده و به اندازه \vec{F}_2 رسانده‌ایم (شکل ۲-۱۲ ب). اگر جسم همچنان ساکن بماند، با استدلالی شبیه قبل نتیجه می‌گیریم که نیروی اصطکاک ایستایی افزایش یافته و برابر اندازه \vec{F}_2 شده است. بنابراین با افزایش نیروی افقی، نیروی اصطکاک ایستایی نیز افزایش می‌یابد. با افزایش این نیرو به حالتی می‌رسیم که اگر اندازه آن برابر \vec{F}_3 شود، جسم در آستانه حرکت قرار می‌گیرد (شکل ۲-۱۲ پ). به نیروی اصطکاک در این حالت **نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه** می‌گوییم. بزرگی نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه را با $f_{s,max}$ نشان می‌دهیم ($f_{s,max} = F_3$). آزمایش نشان می‌دهد که بیشینه نیروی اصطکاک ایستایی با اندازه نیروی عمودی سطح (F_N) متناسب است.



شکل ۲-۱۲ با افزایش نیروی \vec{F} ، نیروی اصطکاک ایستایی نیز افزایش می‌یابد تا اینکه به یک مقدار بیشینه معین می‌رسد.

$$f_{s,max} = \mu_s F_N \quad (\text{نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه}) \quad (۴-۲)$$

در این رابطه μ_s ضریب اصطکاک ایستایی نام دارد. تجربه و آزمایش نشان می‌دهد که ضریب اصطکاک ایستایی به عامل‌هایی مانند جنس سطح تماس دو جسم، میزان صافی و زبری آنها و... بستگی دارد.

توجه کنید که رابطه ۴-۲ اندازه نیروی اصطکاک ایستایی را فقط در آستانه حرکت می‌دهد. در حالت کلی نیروی اصطکاک ایستایی کوچک‌تر و یا مساوی $f_{s,max}$ است:

$$f_s \leq \mu_s F_N \quad (۵-۲)$$

تمرین ۲-۴

اگر در شکل ۲-۱۲، جرم جسم $۴/۰ \text{ kg}$ و بزرگی نیروها $F_۱ = ۴/۰ \text{ N}$ ، $F_۲ = ۸/۰ \text{ N}$ و $F_۳ = ۱۶/۰ \text{ N}$ باشد، الف) بزرگی نیروهای اصطکاک ایستایی در هر حالت چقدر است؟ ب) ضریب اصطکاک ایستایی را پیدا کنید.

آزمایش ۲-۱: اندازه‌گیری ضریب اصطکاک ایستایی بین دو جسم



وسایل لازم: نیروسنج، قطعه چوبی به شکل مکعب مستطیل با وجوه یکنواخت، ترازو، خط‌کش

شرح آزمایش:

۱- مکعب چوبی را از طرف وجه بزرگ آن، روی سطح افقی میز قرار دهید.

۲- نیروسنج را مانند شکل به مکعب چوبی وصل کنید و سر دیگر نیروسنج را با دست بگیرید و به‌طور افقی بکشید.

۳- نیروی دستتان را به آرامی افزایش دهید تا جایی که مکعب چوبی در آستانه لغزیدن قرار گیرد. در این حالت عددی را که نیروسنج نشان می‌دهد، در جدول یادداشت کنید (برای اینکه دقت شما افزایش یابد لازم است آزمایش را چند بار تکرار کنید).

۴- اکنون مکعب چوبی را از طرف وجه کوچک‌تر روی سطح قرار دهید و مراحل ۲ و ۳ را تکرار کنید.

۵- با اندازه‌گیری جرم مکعب چوبی و استفاده از رابطه ۴-۲ مقدار μ_s را در هر آزمایش محاسبه و در جدول یادداشت کنید.

وزن قطعه:		مساحت سطح تماس قطعه با میز	شماره آزمایش
μ_s	عددی که نیروسنج نشان می‌دهد ($f_{s,max}$)		

همراه با اعضای گروه خود، نتیجه‌های به‌دست آمده را تفسیر کنید.

فعالیت ۲-۲

آزمایشی طراحی کنید که نشان دهد $f_{s,max}$ متناسب با F_N است.



شکل ۲-۱۳ بر چوب‌های اسکی نیروی اصطکاک جنبشی در خلاف جهت حرکت وارد می‌شود.

ب) نیروی اصطکاک جنبشی: وقتی جسمی روی سطحی می‌لغزد از طرف سطح بر جسم، نیروی اصطکاک جنبشی وارد می‌شود که موازی با سطح و در خلاف جهت لغزش جسم است. آزمایش نشان می‌دهد که اندازه نیروی اصطکاک جنبشی متناسب با اندازه نیروی عمودی سطح است.

$$f_k = \mu_k F_N \quad (\text{نیروی اصطکاک جنبشی}) \quad (۲-۶)$$

در این رابطه μ_k ضریب اصطکاک جنبشی نام دارد.

تجربه و آزمایش‌های گوناگون نشان می‌دهد که ضریب اصطکاک جنبشی مانند ضریب اصطکاک ایستایی به عامل‌هایی مانند جنس سطح تماس دو جسم، میزان صافی و زبری آنها و ... بستگی دارد. معمولاً ضریب اصطکاک جنبشی میان دو سطح، کمتر از ضریب اصطکاک ایستایی میان آن دو سطح است؛ یعنی $\mu_k < \mu_s$. جدول ۲-۱ تعدادی ضریب اصطکاک ایستایی و جنبشی را نشان می‌دهد.

جدول ۲-۱

جنس دو سطح تماس	μ_k	μ_s
فولاد بر فولاد	۰/۵۷	۰/۷۴
فولاد بر آلومینیوم	۰/۴۷	۰/۶۱
فولاد بر مس	۰/۳۶	۰/۵۳
مس بر چدن	۰/۲۹	۱/۰۵
مس بر شیشه	۰/۵۳	۰/۶۸
شیشه بر شیشه	۰/۴۰	۰/۹۴
لاستیک بر بتون تر	۰/۲۵	۰/۳۰
لاستیک بر بتون خشک	۰/۸	۱/۰
تفلون بر تفلون	۰/۰۴	۰/۰۴

فعالیت ۳-۲

آزمایشی طراحی کنید که با آن بتوانید:

- الف) نیروی اصطکاک جنبشی وارد بر جسمی مانند یک قطعه چوب در حال لغزش روی سطح را اندازه بگیرید و با استفاده از آن μ_k را به دست آورید.
- ب) بستگی یا عدم بستگی نیروی اصطکاک جنبشی به مساحت سطح تماس دو جسم را تحقیق کنید.

مثال ۲-۷



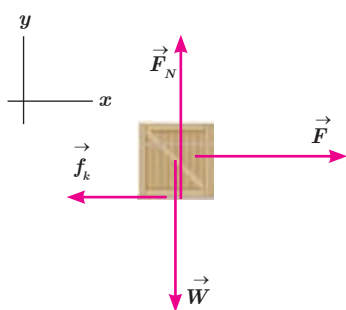
شکل مقابل شخصی را نشان می‌دهد که در حال کشیدن یک جعبه ۷۵/۰ کیلوگرمی با نیروی 309N روی سطح افقی است. نیرویی که شخص به جعبه وارد می‌کند افقی و جعبه در حال حرکت است. اگر ضریب اصطکاک جنبشی بین سطح و جعبه $0/400$ باشد،

الف) نیروی اصطکاک جنبشی وارد به جعبه چقدر است؟

ب) شتاب جعبه در این حالت چقدر است؟ ($g = 9/80\text{N/kg}$)

پاسخ: الف) نیروهای وارد بر جعبه را رسم می‌کنیم. چون جسم در امتداد شتاب ندارد از قانون دوم نیوتون نتیجه می‌شود که برابری نیروهای وارد بر جسم در راستای قائم صفر است.

$$F_N - W = 0 \Rightarrow F_N = W = mg = (75/0\text{kg})(9/80\text{N/kg}) = 735\text{N}$$



با استفاده از رابطه ۲-۶ داریم :

$$f_k = \mu_k F_N \Rightarrow f_k = 0.400 \times 735 \text{ N} \Rightarrow f_k = 294 \text{ N}$$

(ب) برآیند نیروهای افقی وارد بر جسم برابر با حاصل ضرب جرم در شتاب است.

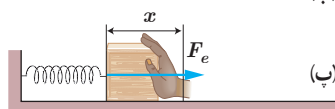
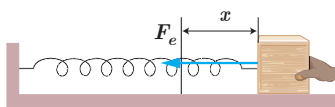
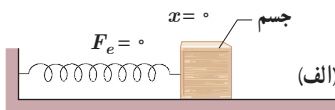
$$F - f_k = ma \Rightarrow a = \frac{F - f_k}{m} \Rightarrow a = \frac{309 \text{ N} - 294 \text{ N}}{75 \text{ kg}} = 0.2 \text{ m/s}^2$$

تمرین ۲-۵

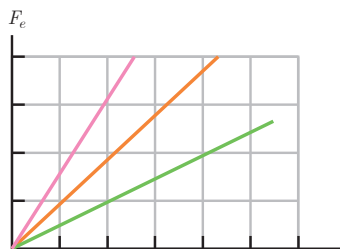
در مثال قبل اگر ضریب اصطکاک ایستایی بین جعبه و زمین 0.600 و جسم در ابتدا ساکن باشد، حداقل نیروی افقی لازم برای به حرکت درآوردن جعبه چقدر است؟



شکل ۲-۱۴ فنرهای به کار رفته در چرخ‌های خودرو



شکل ۲-۱۵ (الف) فنر طول عادی دارد و جسم در نقطه تعادل است، (ب) فنر کشیده شده است و نیروی کشسانی رو به نقطه تعادل به جسم وارد می‌کند، و (پ) فنر فشرده شده است و نیروی کشسانی رو به نقطه تعادل به جسم وارد می‌کند.



شکل ۲-۱۶ هر چه ثابت فنر بیشتر باشد، شیب نمودار بیشتر و فنر سخت‌تر است.

نیروی کشسانی فنر : همان‌طور که در فیزیک ۱ دیدیم فنرها اجزای مهمی در فناوری هستند و به شکل‌های مختلفی ساخته می‌شوند (شکل ۲-۱۴). همچنین با تأثیر نیرو بر یک فنر آشنا شدیم و می‌دانیم که اگر یک سر فنری را به نقطه‌ای محکم کنیم و سر دیگر آن را بکشیم، طول فنر افزایش می‌یابد. شکل ۲-۱۵ الف، فنری را با طول عادی نشان می‌دهد که در آن، فنر نه فشرده و نه کشیده شده است. اگر فنر را به اندازه x بکشیم یا فشرده کنیم (شکل ۲-۱۵ ب و پ)، فنر نیرویی به طرف نقطه تعادل به جسم وارد می‌کند. تجربه نشان می‌دهد هر چه فنر را بیشتر بکشیم یا فشرده کنیم (در محدوده معینی از تغییر طول فنر)، نیروی کشسانی فنر نیز بیشتر می‌شود.

برای بیشتر فنرها با تقریب قابل قبولی، اندازه نیروی کشسانی فنر با اندازه تغییر طول آن (x) رابطه مستقیم دارد :

$$F_e = kx \quad (\text{اندازه نیروی کشسانی فنر}) \quad (2-7)$$

ضریب k در رابطه ۲-۷، ثابت فنر نام دارد. ثابت فنر از مشخصات فنر است و به اندازه، شکل و ساختار ماده‌ای که فنر از آن ساخته شده بستگی دارد. در رابطه ۲-۷ نیرو بر حسب نیوتون (N)، x بر حسب متر (m) و k بر حسب نیوتون بر متر (N/m) است. معادله ۲-۷ را به افتخار رابرت هوک، دانشمند انگلیسی (۱۷۰۳-۱۶۳۵ م.) که این رابطه را کشف کرد، قانون هوک می‌نامند. برای یک فنر انعطاف‌پذیر، k عددی کوچک (حدود 10^0 N/m) و برای یک فنر سفت k عددی بزرگ (حدود 10^5 N/m) است. نمودار نیروی کشسانی بر حسب تغییر طول برای سه فنر با k های متفاوت در شکل ۲-۱۶ رسم شده است.

فعالیت ۲-۴

تعدادی فنر متفاوت تهیه کنید. (الف) سختی آنها را مقایسه کنید. (ب) با طراحی یک آزمایش، ثابت هر فنر را به دست آورید.

۱- زیرنویس e در نماد نیروی کشسانی فنر (F_e) سرواژه elastic به معنی کشسان است.

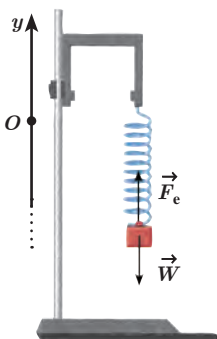
مثال ۸-۲

فتری به طول $L_0 = 10 \text{ cm}$ را از یک نقطه آویزان می‌کنیم و به سر دیگر آن وزنه 200 گرمی وصل می‌کنیم. پس از رسیدن به تعادل، طول فنر به $L = 12 \text{ cm}$ می‌رسد.

الف) ثابت فنر چند نیوتون بر متر است؟

ب) اگر وزنه‌ای 300 گرمی را به فنر وصل کنیم، پس از رسیدن به تعادل طول فنر چند سانتی‌متر می‌شود؟

پاسخ: الف) محور مختصات را همانند شکل انتخاب می‌کنیم و نیروهای وارد بر جسم را رسم و با استفاده از قانون دوم نیوتون مسئله را حل می‌کنیم.



$$F_e - W = ma \Rightarrow F_e - W = 0 \text{ و } F_e = kx \Rightarrow kx = mg$$

$$k(12/10 \times 10^{-2} \text{ m} - 10/10 \times 10^{-2} \text{ m}) = (200 \times 10^{-3} \text{ kg})(9.8 \text{ N/kg})$$

$$k = 98 \text{ N/m}$$

ب)

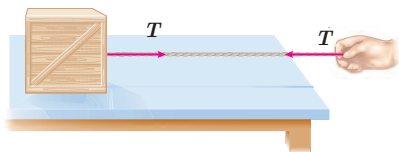
$$kx = mg \Rightarrow (98 \text{ N/m})x = (300 \times 10^{-3} \text{ kg})(9.8 \text{ N/kg}) \Rightarrow$$

$$x = 0.03 \text{ m} = 3 \text{ cm}$$

$$x = L - L_0 \Rightarrow 3 \text{ cm} = L - 10 \text{ cm} \Rightarrow L = 13 \text{ cm}$$

نیروی کشش طناب: وقتی طناب (کابل، ریسمان و...) متصل به جسمی را مانند شکل ۱۷-۲ می‌کشیم، طناب جسم را با نیرویی می‌کشد که جهت آن از جسم به سمت بیرون و در راستای طناب است. چون در این حالت طناب تحت کشش قرار دارد، به این نیرو، **نیروی کشش طناب** گفته می‌شود و آن را با \vec{T} نشان می‌دهند. همان‌طور که در شکل می‌بینید طناب دست را نیز با نیروی T می‌کشد. بزرگی نیروی کشش طناب برابر با بزرگی نیروی \vec{T} وارد بر جسم است. مثلاً اگر بزرگی نیروی وارد بر جسم از طرف طناب 60 N باشد، کشش طناب نیز 60 N است ($T = 60 \text{ N}$). در این کتاب از جرم طناب و همچنین از کش آمدن آن صرف نظر می‌شود. بنابراین طناب فقط به‌عنوان رابط بین دو جسم عمل می‌کند و هر دو جسم (دست و جعبه) را با بزرگی نیروی یکسان T می‌کشد، حتی اگر این دو جسم و طناب شتاب‌دار باشند.

شکل ۱۷-۲ طناب جسم را با نیروی کشش \vec{T} می‌کشد.



توجه: در حل مسئله‌های دینامیک به کمک

قانون‌های نیوتون، معمولاً گام‌های مشخصی طی می‌شود. این گام‌ها که در حل مسائل می‌توان استفاده کرد، عبارت‌اند از:

۱- با مشخص کردن جسم مورد نظر، شکل ساده‌ای از آن را رسم و دستگاه محورهای مختصات را مشخص می‌کنیم.

۲- نیروهای وارد بر جسم از طرف اجسام دیگر را مشخص و رسم می‌کنیم (در این کتاب، این نیروها فقط در راستاهای افقی و قائم هستند و در جای نیاز به تجزیه نیروها پیدا نمی‌کنیم).

۳- در صورت لزوم نیروهایی مانند وزن، اصطکاک، کشسانی فنر، کشش نخ و...

را محاسبه می‌کنیم.

۴- قانون دوم نیوتون را بنا به نیاز در راستای قائم و افقی به کار می‌بریم. در این کتاب فقط به بررسی مسئله‌های تک‌جسمی می‌پردازیم.

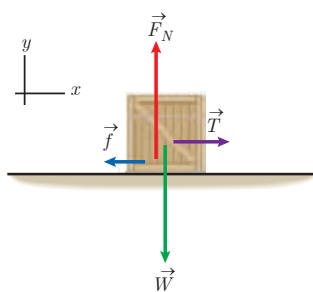
مثال ۹-۲

در شکل روبه‌رو، کارگری جعبه ساکنی را با طنابی افقی با نیروی ثابت افقی 310 N می‌کشد. اگر جرم جعبه 100 kg و ضریب اصطکاک ایستایی و جنبشی

بین جعبه و سطح به ترتیب 0.30 و 0.25 باشد،

الف) آیا جعبه شروع به حرکت می‌کند؟





ب) اگر جعبه حرکت کند، شتاب حرکت آن را حساب کنید.

پ) سرعت جعبه را $6/0 \text{ s}$ پس از حرکت به دست آورید. ($g = 9/80 \text{ m/s}^2$)

پاسخ: الف) شکل ساده‌ای از جسم مورد نظر (جعبه) رسم و نیروهای وارد بر آن را مشخص می‌کنیم. چون جعبه در راستای قائم حرکت ندارد، می‌توانیم بنویسیم:

$$F_N - W = 0 \Rightarrow F_N = W \Rightarrow F_N = mg = (10 \cdot \text{kg})(9/80 \text{ N/kg}) = 980 \text{ N}$$

برای اینکه جسم شروع به حرکت کند، باید $T > f_{s,\text{max}}$ باشد. پس ابتدا $f_{s,\text{max}}$ را از معادله

۲-۴ به دست می‌آوریم:

$$f_{s,\text{max}} = \mu_s F_N = (0/30)(980 \text{ N}) = 294 \text{ N}$$

با توجه به اینکه $T = 310 \text{ N} > 294 \text{ N}$ است، جعبه شروع به حرکت می‌کند.

ب) نیروی اصطکاک جنبشی در خلاف جهت حرکت بر جعبه اثر می‌کند و برابر است با:

$$f_k = \mu_k F_N = (0/25)(980 \text{ N}) = 245 \text{ N}$$

$$T - f_k = ma \Rightarrow 310 \text{ N} - 245 \text{ N} = (10 \cdot \text{kg})a \Rightarrow a = 0/65 \text{ m/s}^2$$

پ) چون شتاب جعبه ثابت است، از رابطه سرعت - زمان در حرکت با شتاب ثابت روی مسیر مستقیم استفاده می‌کنیم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = (0/65 \text{ m/s}^2)(6/0 \text{ s}) + (0/0 \text{ m/s}) \Rightarrow v = 3/9 \text{ m/s}$$

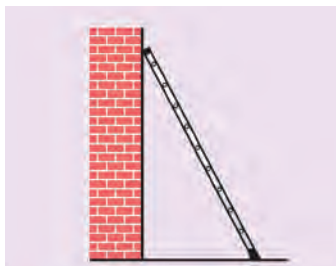
سرعت نیز در جهت محور x است.

تمرین ۲-۶



کارگری یک سطل محتوی مصالح به جرم $16/0 \text{ kg}$ را با طناب سبکی به طرف بالا می‌کشد. اگر شتاب رو به بالای سطل $1/20 \text{ m/s}^2$ باشد، نیروی کشش طناب چقدر است؟ ($g = 9/80 \text{ m/s}^2$)

مثال ۲-۱۰



در شکل روبه‌رو نردبانی به جرم $20/0 \text{ kg}$ به دیوار قائم بدون اصطکاک تکیه داده شده است. ضریب اصطکاک ایستایی بین زمین و پای نردبان $0/46$ است. در آستانه سُرخوردن نردبان،

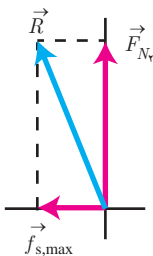
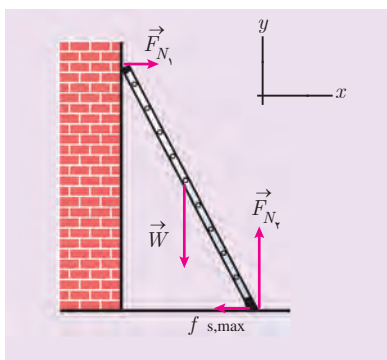
الف) سطح زمین به نردبان چه نیرویی وارد می‌کند؟

ب) چه نیرویی از دیوار به نردبان وارد می‌شود؟

پاسخ: الف) نخست نیروهای وارد بر نردبان را رسم می‌کنیم که عبارت‌اند از:

نیروی عمودی سطح دیوار (F_{N_1}) ، نیروی وزن (\vec{W}) ، نیروی عمودی سطح زمین (F_{N_2})

و نیروی اصطکاک ایستایی بین زمین و نردبان $(f_{s,\text{max}})$.



یک دستگاه مختصات انتخاب می‌کنیم.

در آستانه حرکت، نردبان همچنان در حال تعادل است. بنابراین نیروی خالص در راستای قائم و افقی صفر است.

$$F_{N\perp} - W = 0 \Rightarrow F_{N\perp} = W = mg = (20 / \text{kg})(9.8 \text{ N/kg}) = 196 \text{ N}$$

$$f_{s,\max} = \mu_s F_{N\perp} = (0.46) \times (196 \text{ N}) = 90.2 \text{ N} \Rightarrow F_{N\perp} = 90.2 \text{ N}$$

از طرف سطح زمین بر نردبان دو نیروی عمودی $F_{N\perp}$ و افقی $f_{s,\max}$ وارد می‌شود. بنابراین برآیند این دو نیرو که آن را با \vec{R} نشان می‌دهیم، نیرویی است که سطح زمین بر نردبان وارد می‌کند:

$$\vec{R} = \vec{F}_{N\perp} + \vec{f}_{s,\max}$$

که بزرگی آن برابر است با:

$$R = \sqrt{F_{N\perp}^2 + f_{s,\max}^2} = \sqrt{(196 \text{ N})^2 + (90.2 \text{ N})^2} = 216 \text{ N}$$

(ب) برآیند نیروهای افقی وارد بر نردبان صفر است، پس:

$$F_{N\parallel} - f_{s,\max} = 0 \Rightarrow F_{N\parallel} = f_{s,\max} = 90.2 \text{ N}$$

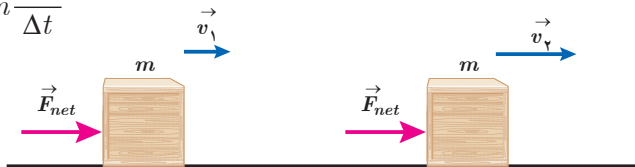
در نبود نیروی اصطکاک بین نردبان و دیوار، نیروی $F_{N\parallel}$ همان نیروی وارد از دیوار به نردبان است.

۲-۳ تکانه و قانون دوم نیوتون

قانون‌های نیوتون به ما امکان حل بسیاری از مسائل مکانیک را می‌دهند. قانون دوم نیوتون را می‌توان به صورت دیگری نیز نوشت که در بسیاری از موارد مناسب‌تر است و برخی از پدیده‌های فیزیکی را به کمک آن می‌توان ساده‌تر توجیه و بررسی کرد.

فرض کنید سرعت جسمی به جرم m تحت تأثیر نیروی خالص ثابت \vec{F}_{net} در بازه زمانی Δt از \vec{v}_1 به \vec{v}_2 برسد. در این صورت قانون دوم نیوتون به صورت زیر درمی‌آید:

$$\vec{F}_{net} = m \vec{a} = m \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$



شکل ۲-۱۸ سرعت جسم تحت تأثیر نیروی خالص ثابت \vec{F}_{net} از \vec{v}_1 به \vec{v}_2 می‌رسد.

با فرض ثابت بودن جرم جسم (m) می‌توانیم جرم را در کنار سرعت (v) قرار دهیم.

$$\vec{F}_{net} = \frac{\Delta(mv)}{\Delta t}$$

حاصل ضرب جرم جسم (m) در سرعت آن (v)، تکانه جسم نامیده می‌شود و آن را با \vec{p} نشان

می‌دهیم.

$$\vec{p} = m\vec{v} \quad (\text{تکانه جسم}) \quad (۸-۲)$$

تکانه کمیتی برداری است زیرا سرعت، یک کمیت برداری و جرم، یک کمیت نرده‌ای است. جهت تکانه همان جهت سرعت است. یکای SI تکانه kg.m/s است. با توجه به تعریف تکانه، قانون دوم نیوتون برای نیروی ثابت را می‌توان چنین نوشت:

$$\vec{F}_{net} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} \quad (\text{قانون دوم نیوتون برحسب تکانه برای نیروی ثابت}) \quad (۹-۲)$$

یعنی نیروی خالص وارد بر جسم برابر با تغییر تکانه جسم تقسیم بر زمان تغییر آن است. همچنین از این رابطه نتیجه می‌گیریم که تغییر تکانه برابر با حاصل ضرب نیرو در مدت زمان تأثیر آن است.

$$\Delta \vec{p} = \vec{F}_{net} \Delta t \quad (۱۰-۲)$$

تمرین ۲-۲

نشان دهید بین اندازه تکانه (p) و انرژی جنبشی (K) جسمی به جرم m ، رابطه $K = \frac{p^2}{2m}$ برقرار است.

مثال ۲-۱۱

گلوله‌ای به جرم $10^\circ/g$ با سرعت $\vec{v} = (5^\circ/m/s) \vec{i}$ در حال حرکت است. الف) تکانه گلوله را تعیین کنید. ب) انرژی جنبشی گلوله را به دست آورید.

پاسخ: الف) با استفاده از معادله ۲-۸، تکانه جسم را به دست می‌آوریم:

$$\begin{aligned} \vec{p} &= m\vec{v} = (10^\circ/0 \times 10^{-3} \text{ kg})(5^\circ/m/s) \vec{i} \\ &= (0^\circ/05^\circ \text{ kg.m/s}) \vec{i} \Rightarrow p = 0^\circ/05^\circ \text{ kg.m/s} \end{aligned}$$

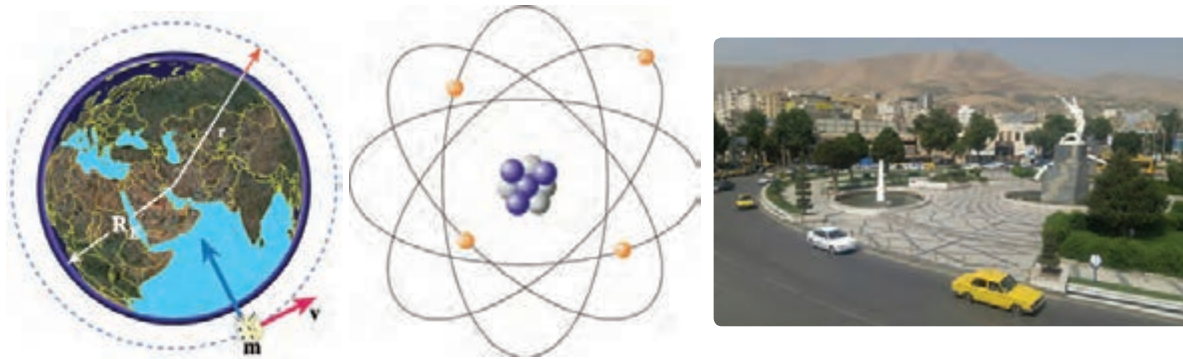
ب) برای به دست آوردن انرژی جنبشی می‌توانیم از رابطه $K = \frac{p^2}{2m}$ یا $K = \frac{1}{2}mv^2$ استفاده کنیم. در اینجا از رابطه اول استفاده می‌کنیم:

$$K = \frac{p^2}{2m} = \frac{(0^\circ/05^\circ \text{ kg.m/s})^2}{(2 \times 10^\circ/0 \times 10^{-3} \text{ kg})} = 0^\circ/125 \text{ J}$$

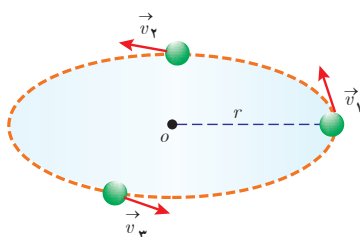
در شرایط واقعی نیروی وارد بر یک جسم به ندرت ثابت است. اگر نیرو ثابت نباشد، معادله‌های داده شده را فقط برای بازه‌های زمانی‌ای می‌توان به کار برد که بسیار کوچک باشد و بتوان نیرو را در این بازه‌ها تقریباً ثابت در نظر گرفت. برای بازه‌های زمانی بزرگ به جای نیروی خالص باید نیروی خالص متوسط در فاصله زمانی مورد نظر را به کار برد و بنابراین رابطه (۹-۲) چنین می‌شود:

$$\vec{F}_{av} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} \quad (\text{نیروی خالص متوسط برحسب تکانه}) \quad (۱۱-۲)$$

این نتیجه به کاربردهای جالبی در توجیه و بررسی پدیده‌های فیزیکی می‌انجامد.



شکل ۲-۲۰ حرکت جسم‌های مختلف در مسیرهای دایره‌ای



شکل ۲-۲۱ ذره روی یک مسیر دایره‌ای در خلاف جهت حرکت عقربه‌های ساعت با تندی ثابت ($v_1 = v_2 = v_3 = \dots$) حرکت می‌کند.

بدین منظور ذره‌ای را در نظر می‌گیریم که روی یک مسیر دایره‌ای با تندی ثابت حرکت می‌کند (شکل ۲-۲۱). به این نوع حرکت، حرکت دایره‌ای یکنواخت می‌گویند. با اینکه تندی جسم در این حرکت ثابت است، حرکت ذره شتاب‌دار است (چرا؟). منظور از ذره می‌تواند جسمی مانند یک ماهواره باشد که در یک مدار دایره‌ای حول زمین می‌چرخد یا الکترونی باشد که در مدل اتمی بور حول هسته می‌چرخد و یا گلوله‌ای که به انتهای نخ بسته شده و در یک مسیر دایره‌ای در حرکت است. صرف نظر از آنکه این ذره چه جسمی است، همواره بردار سرعت ذره (\vec{v}) مماس بر مسیر حرکت دایره‌ای است.

پوشش ۲-۸

چرا در حرکت دایره‌ای یکنواخت، ذره در بازه‌های زمانی برابر، مسافت‌های یکسانی را طی می‌کند؟

دوره: در حرکت دایره‌ای یکنواخت، مدت زمان لازم برای پیمودن یک دور محیط دایره را دوره تناوب (دوره) می‌نامیم. از آنجا که در این حرکت ذره محیط دایره ($2\pi r$) را با تندی v در زمان T طی می‌کند، داریم:

$$T = \frac{2\pi r}{v} \quad (\text{دوره}) \quad (2-12)$$

یکای دوره ثانیه، (s) است.

پوشش ۲-۹



دوره عقربه ثانیه‌شمار، دقیقه‌شمار و ساعت‌شمار یک ساعت عقربه‌ای چیست؟

مثال ۲-۱۳



محور میل‌لنگ

میل‌لنگ یک خودرو که قطر محور آن $4/0 \text{ cm}$ است، در هر دقیقه 2400 دور می‌چرخد (2400 rpm). تندی نقطه‌ای روی لبه محور این میل‌لنگ چقدر است؟

پاسخ: ابتدا زمان یک دور، یعنی دوره تناوب آن را به روش تبدیل زنجیره‌ای محاسبه می‌کنیم:

$$T = \frac{1 \text{ min}}{2400 \text{ دور}} \times \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} = \frac{1}{40} \text{ s} = 0.025 \text{ s}$$

با استفاده از رابطه $T = \frac{2\pi r}{v}$ و اینکه $r = 2/0 \text{ cm}$ است، تندی این نقطه برابر است با:

$$v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2(3/14 \text{ rad})(0.02 \text{ m})}{0.025 \text{ s}} = 5/0 \text{ m/s}$$

مثال ۲-۱۴

پره یک بالگرد با دوره 0.2 s به‌طور یکنواخت می‌چرخد.

(الف) تعداد دور بر دقیقه (rpm) پره بالگرد چقدر است؟

(ب) اگر شعاع پره $2/0 \text{ m}$ باشد، نوک پره با چه تندی ای می‌چرخد؟

پاسخ: (الف) یک دور چرخش در زمان T انجام می‌شود، بنابراین تعداد دور در یک دقیقه (60 s) برابر است با:

$$\text{rpm} = \left(\frac{1 \text{ دور}}{T(\text{s})}\right) \left(\frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}}\right) = \left(\frac{1 \text{ دور}}{0.2 \text{ s}}\right) \left(\frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}}\right) = 3000 \text{ دور/دقیقه}$$

(ب) با توجه به رابطه $T = \frac{2\pi r}{v}$ می‌توان تندی حرکت نوک پره بالگرد را تعیین کرد.

$$v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2(3/14 \text{ rad})(2/0 \text{ m})}{0.2 \text{ s}} = 628 \text{ m/s}$$

مثال ۲-۱۵



یک دیسک گردان در شهربازی را در نظر بگیرید که توسط یک موتور الکتریکی

در هر دقیقه 500 دور می‌چرخد. فرض کنید افرادی در فاصله‌های $1/0 \text{ m}$ ،

$2/0 \text{ m}$ و $3/0 \text{ m}$ از مرکز آن قرار دارند.

تندی این افراد را به‌دست بیاورید و با هم مقایسه کنید.

پاسخ: ابتدا دوره حرکت را محاسبه می‌کنیم.

$$T = \frac{1 \text{ min}}{500 \text{ دور}} \times \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} = 12/0 \text{ s}$$

برای محاسبه تندی افراد در فاصله‌های مختلف از مرکز دیسک چرخان، از رابطه ۲-۱۲ استفاده می‌کنیم.

$$T = \frac{2\pi r}{v} \Rightarrow v = \frac{2\pi r}{T}$$

$$r_1 = 1/0 \text{ m} \Rightarrow v_1 = \frac{2\pi r_1}{T} = \frac{2(3/14 \text{ rad})(1/0 \text{ m})}{12/0 \text{ s}} = 0/52 \text{ m/s}$$

$$r_2 = 2/0 \text{ m} \Rightarrow v_2 = \frac{2\pi r_2}{T} = \frac{2(3/14 \text{ rad})(2/0 \text{ m})}{12/0 \text{ s}} = 1/04 \text{ m/s}$$

$$r_3 = 3/0 \text{ m} \Rightarrow v_3 = \frac{2\pi r_3}{T} = \frac{2(3/14 \text{ rad})(3/0 \text{ m})}{12/0 \text{ s}} = 1/57 \text{ m/s}$$

نتیجه می‌گیریم که هر چه از مرکز دیسک دور می‌شویم، تندی حرکت بیشتر می‌شود در حالی که دوره تناوب برای همه افراد یکسان است.

تمرین ۸-۲

مسافتی را که هر یک از افراد در مثال بالا در مدت $3/0 \text{ s}$ طی کرده‌اند محاسبه کنید.

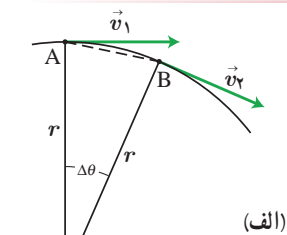
شتاب مرکزگرا و قانون دوم نیوتون: در حرکت دایره‌ای یکنواخت، اندازه سرعت ثابت است اما جهت آن دائماً تغییر می‌کند. به همین دلیل حرکت دایره‌ای، حرکتی شتاب‌دار است (شکل ۲۲-۲ الف و ب). در فصل ۱ دیدیم که شتاب متوسط، از نسبت تغییر سرعت به زمان تغییر آن به دست می‌آید ($a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$) و اگر بازه زمانی Δt خیلی کوچک باشد، شتاب متوسط تبدیل به شتاب لحظه‌ای می‌شود.

بر اساس تعریف شتاب متوسط، جهت شتاب متوسط همواره با جهت تغییر سرعت یکسان است. در حالتی که بازه زمانی خیلی کوچک انتخاب می‌شود، جهت Δv به طرف مرکز دایره خواهد بود. پس جهت شتاب لحظه‌ای نیز به طرف مرکز خواهد بود (شکل ۲۲-۲ ب). به همین دلیل به آن شتاب مرکزگرا می‌گویند و آن را با a_c نشان می‌دهند (شکل ۲۲-۲ ت). اندازه شتاب مرکزگرا از رابطه زیر به دست می‌آید:

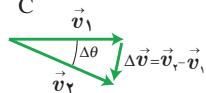
$$a_c = \frac{v^2}{r} \quad (\text{اندازه شتاب مرکزگرا}) \quad (13-2)$$

پوشش ۱۰-۲

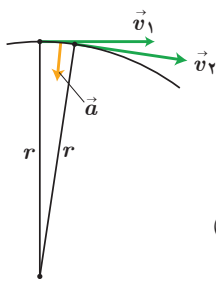
نشان دهید در حرکت دایره‌ای یکنواخت، شتاب مرکزگرا از رابطه $a_c = \frac{4\pi^2 r}{T^2}$ نیز به دست می‌آید که در آن T و r به ترتیب دوره تناوب و شعاع دایره است.



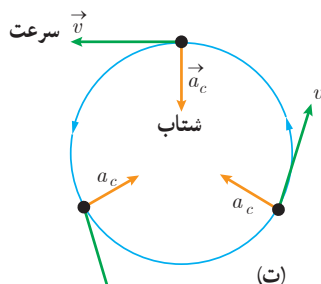
(الف)



(ب)



(پ)



(ت)

شکل ۲-۲۲

مثال ۲-۱۶

خودرویی در یک میدان به شعاع 100 m با تندی $36/0\text{ km/h}$ در حال دور زدن است. دوره و شتاب مرکزگرای خودرو را محاسبه کنید.

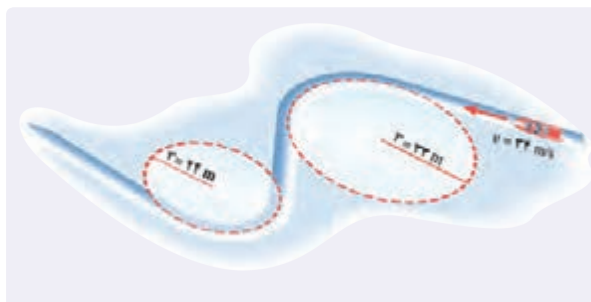
پاسخ: با توجه به داده‌های مسئله یعنی شعاع و تندی، می‌توانیم از رابطه‌های $T = \frac{2\pi r}{v}$ و $a_c = \frac{v^2}{r}$ برای محاسبه دوره و شتاب مرکزگرا استفاده کنیم. نخست تبدیل یکاها را انجام می‌دهیم و سپس کمیت‌های خواسته شده را به دست می‌آوریم:

$$v = (36/0 \frac{\text{km}}{\text{h}}) (\frac{1000\text{ m}}{1\text{ km}}) (\frac{1\text{ h}}{3600\text{ s}}) = 10/0\text{ m/s}$$

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2(3/14\text{ rad})(100\text{ m})}{10/0\text{ m/s}} = 62/8\text{ s}$$

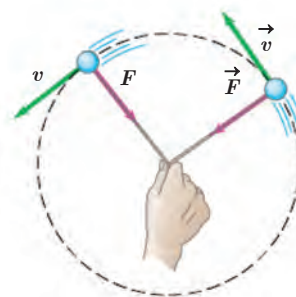
$$a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{(10/0\text{ m/s})^2}{100\text{ m}} = 1/0\text{ m/s}^2$$

تمرین ۲-۹



شکل روبه‌رو مسیر حرکت سورتمه‌ای را در مسابقه المپیک زمستانی نشان می‌دهد. سورتمه روی یک سطح افقی در حال حرکت است. اگر تندی حرکت سورتمه در کل مسیر 34 m/s باشد، شتاب مرکزگرای آن را در هر یک از بیج‌ها به دست آورید.

دیدیم شتاب جسم در حرکت دایره‌ای یکنواخت در راستای شعاع دایره و جهت آن به طرف مرکز دایره است. از قانون دوم نیوتون می‌دانیم شتاب یک جسم را نیروی خالص وارد بر آن ایجاد می‌کند و شتاب جسم همواره در راستا و جهت نیروی خالص وارد بر جسم است. بنابراین، در حرکت دایره‌ای یکنواخت نیز یک نیروی خالص رو به مرکز، سبب ایجاد شتاب مرکزگرا می‌شود. به این نیروی خالص که منجر به حرکت دایره‌ای می‌شود، نیروی مرکزگرا می‌گوییم. وقتی جسم متصل به نخ را روی سطح افقی بدون اصطکاک می‌چرخانیم، در می‌یابیم که باید نخ را دائماً بکشیم؛ یعنی نیروی مرکزگرا به آن وارد کنیم (شکل ۲-۲۳). نخ نیروی مرکزگرایی را به جسم وارد می‌کند که آن را در مسیر دایره‌ای به حرکت وامی‌دارد. نیروی مرکزگرا نوع جدیدی از نیرو نیست، نیروهای گرانشی یا الکتریکی می‌توانند نیروهای مرکزگرا را تأمین کنند؛ مثلاً نیروی گرانشی به طرف مرکز زمین، ماه را در مداری تقریباً دایره‌ای نگه می‌دارد. الکترون‌های مداری اتم‌ها در مدل بور تحت تأثیر نیروی الکتریکی به طرف هسته در مدارهای خود می‌چرخند و ...

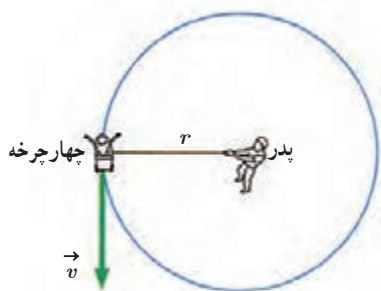


شکل ۲-۲۳ نیروی کشش نخ نیروی مرکزگرای لازم جهت چرخش جسم بر سطح افقی را تأمین می‌کند.

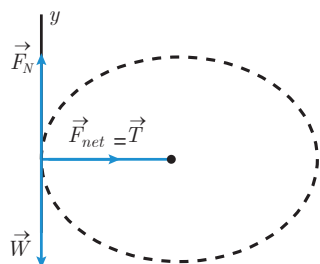
قانون دوم نیوتون ($F_{net} = ma$) را در حرکت دایره‌ای یکنواخت به صورت زیر می‌توانیم بنویسیم:

$$F_{net} = m \frac{v^2}{r} \quad (2-14) \quad (\text{قانون دوم نیوتون در حرکت دایره‌ای یکنواخت})$$

در این رابطه F_{net} بزرگی نیروی خالص وارد بر جسم در راستای شعاع و به طرف مرکز دایره است.



پدری فرزند ۲۰ کیلوگرمی خود را در یک چهارچرخهٔ ایمن ۵/۰ کیلوگرمی قرار می‌دهد و با یک طناب ۲/۰ متری، چهارچرخه را روی سطح افقی زمین به گونه‌ای می‌کشد تا چهارچرخه روی دایره‌ای حرکت کند. با فرض یکنواخت بودن حرکت چهارچرخه و صرف نظر کردن از اصطکاک و با فرض اینکه نیروی کشش طناب ۱۰۰ N باشد، تندی و دورهٔ چهارچرخه را به دست آورید.



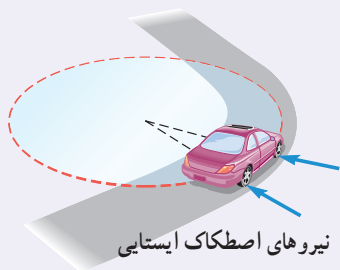
پاسخ: بچه و چهارچرخه را به صورت یک ذره فرض می‌کنیم که در یک مسیر دایره‌ای با نیروی مرکزگرای ۱۰۰ N حرکت می‌کند. بر ذره سه نیروی وزن، نیروی عمودی سطح (در راستای عمودی) و نیروی کشش نخ (مرکزگرا) به طرف مرکز دایره وارد می‌شود. نیروی وزن و نیروی عمودی سطح همدیگر را خنثی می‌کنند و بنابراین تنها نیروی \vec{T} به عنوان نیروی خالص در نظر گرفته می‌شود.

$$m = 25 \text{ kg}, r = 2/0 \text{ m}, F_{net} = T = 100 \text{ N}$$

$$F_{net} = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{rF}{m}} = \sqrt{\frac{(2/0 \text{ m})(100 \text{ N})}{25 \text{ kg}}} = 2/8 \text{ m/s}$$

$$\text{دوره: } T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi(2/0 \text{ m})}{2/8 \text{ m/s}} = 4/5 \text{ s}$$

تمرین ۲-۱۰



خودرویی به جرم ۱۵۰۰ kg را در نظر بگیرید که می‌خواهد در یک پیچ مسطح افقی به شعاع ۵۰/۰ m بدون آنکه بلغزد، دور بزند. اگر ضریب اصطکاک ایستایی بین لاستیک و سطح جاده ۱/۰ باشد، حداکثر تندی خودرو چقدر می‌تواند باشد؟ (راهنمایی: با اینکه خودرو می‌خواهد یک چهارم دایره را طی کند، می‌توانیم خودرو را به صورت یک ذره در نظر بگیریم که در یک چهارم دایره، حرکت دایره‌ای یکنواخت دارد. در راستای عمود بر سطح، نیروی وزن و نیروی عمودی سطح بر خودرو وارد می‌شود و نیروی اصطکاک ایستایی که عمود بر راستای حرکت است، مانع از لغزش خودرو شده و به طرف مرکز پیچ، بر خودرو وارد می‌شود. این نیرو شتاب مرکزگرای لازم را برای دور زدن تأمین می‌کند.)

۲-۵ نیروی گرانشی



وقتی سیبی از یک درخت جدا می‌شود، چه نیرویی سبب سقوط آن به طرف زمین می‌شود؟ وقتی شیرآب را باز می‌کنیم، چه نیرویی سبب می‌شود آب به طرف زمین شارش کند؟ چرا وقتی یک جسم را به بالا پرتاب می‌کنیم پس از مدتی به پایین می‌افتد؟ منشأ نیروی مرکزگرایی که سبب چرخش ماه به دور زمین می‌شود چیست؟ زمین به همراه هفت سیارهٔ دیگر نیز به دور خورشید می‌چرخند؛ منشأ نیروی مرکزگرای وارد بر زمین و سیارات دیگر چیست؟

شکل ۲-۲۴ اگر بر ماه نیرویی وارد نشود ماه باید به طور مستقیم حرکت کند نه به صورت دایره‌ای

تا سال ۱۶۸۷ داده‌های زیادی در مورد حرکت ماه و سیارات گردآوری شده بود، اما کسی شناخت روشنی از نیروهای مؤثر بر آنها نداشت. در آن سال ایزاک نیوتون، دانشمند انگلیسی، با انتشار کتاب اصول خود راز این معما را بیان کرد. از قانون‌های نیوتون می‌دانیم که باید نیروی خالصی بر ماه وارد شود. اگر چنین نبود، ماه به جای مدار تقریباً دایره‌ای به گرد زمین، باید روی خط راست حرکت می‌کرد. نیوتون استدلال کرد که این نیرو ناشی از نیروی جاذبه بین ماه و زمین است و گفت این نیرو همان نیرویی است که اجسام نزدیک به سطح زمین - مانند سیب - را جذب می‌کند. نیوتون نشان داد هر جسمی در عالم، اجسام دیگری را به خود جذب می‌کند و این الهام‌بخش او برای قانون گرانش عمومی بوده است که بیان می‌دارد:

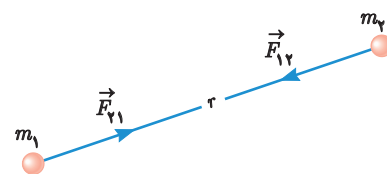
نیروی گرانشی میان دو ذره^۱ با حاصل ضرب جرم دو ذره نسبت مستقیم و با مربع فاصله آنها از یکدیگر نسبت وارون دارد.

اگر مطابق شکل ۲-۲۵، جرم دو ذره m_1 و m_2 و فاصله آنها از یکدیگر r باشد، اندازه نیروی گرانشی میان دو ذره یعنی F از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad (\text{اندازه نیروی گرانشی بین دو ذره}) \quad (2-15)$$

در این رابطه، G ثابت گرانش عمومی نام دارد و برابر است با:

$$G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N.m}^2 / \text{kg}^2$$



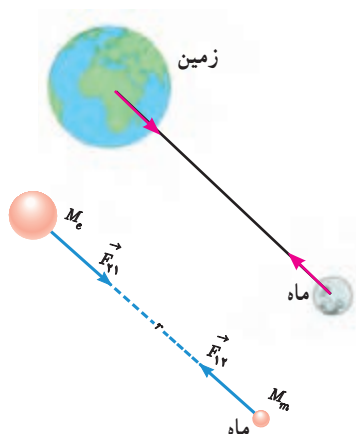
شکل ۲-۲۵ نیروی گرانشی بین دو ذره جاذبه است و در امتداد خط واصل دو ذره وارد می‌شود. طبق قانون سوم نیوتون این دو یک جفت نیروی کنش - واکنش را تشکیل می‌دهند که:

$$\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12} \Rightarrow F_{12} = F_{21} = F$$

فعالیت ۲-۵

ثابت گرانشی G را اولین بار هنری کاوندیش^۲ در سال ۱۷۹۸ اندازه‌گیری کرد. در مورد روش اندازه‌گیری G توسط هنری کاوندیش تحقیق کنید و نتیجه را به کلاس گزارش دهید.

مثال ۲-۱۸



جرم زمین و ماه به ترتیب حدود $5.98 \times 10^{24} \text{ kg}$ و $7.36 \times 10^{22} \text{ kg}$ و فاصله متوسط آنها از یکدیگر حدود $3.84 \times 10^8 \text{ m}$ است. نیروی گرانشی را که زمین و ماه به یکدیگر وارد می‌کنند پیدا کنید.

پاسخ: فاصله دو کره در این مثال خیلی بزرگ‌تر از قطر کره‌هاست. بنابراین می‌توان کره‌ها را ذره فرض کرد. به کمک رابطه ۲-۱۵، نیروی گرانشی را که زمین و ماه بر هم وارد می‌کنند محاسبه می‌کنیم:

$$F_{12} = F_{21} = G \frac{M_e M_m}{r^2} = (6.67 \times 10^{-11} \text{ N.m}^2 / \text{kg}^2) \frac{(5.98 \times 10^{24} \text{ kg})(7.36 \times 10^{22} \text{ kg})}{(3.84 \times 10^8 \text{ m})^2} = 1.99 \times 10^2 \text{ N}$$

این نیرو سبب چرخش ماه به دور زمین می‌شود.

۱- اگر فاصله دو جسم از یکدیگر چنان زیاد باشد که بتوان از ابعاد هر یک از دو جسم در مقایسه با فاصله آنها چشم‌پوشی کرد، می‌توان دو جسم را به صورت ذره در نظر گرفت.

۲- Henry Cavendish

مثال ۱۹-۲

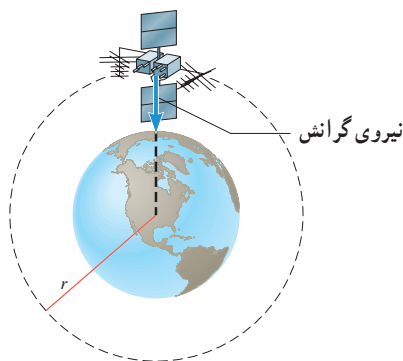
دو کره همگن به جرم‌های 800 kg و 1200 kg را در نظر بگیرید که فاصله مرکز آنها از یکدیگر 100 m است. نیروی گرانشی را که این دو کره بر یکدیگر وارد می‌کنند محاسبه کنید.

پاسخ: برای محاسبه نیرویی که دو کره همگن به هم وارد می‌کنند می‌توانیم فرض کنیم همه جرم‌های دو کره در مرکز آنها قرار دارد، بنابراین کره‌ها را به صورت ذراتی در نظر می‌گیریم که همان جرم کره‌ها را داشته باشند. به کمک رابطه ۲-۱۵، نیروی گرانشی را که دو کره به یکدیگر وارد می‌کنند محاسبه می‌کنیم:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2} = (6.67 \times 10^{-11} \text{ N.m}^2/\text{kg}^2) \frac{(800 \text{ kg})(1200 \text{ kg})}{(100 \text{ m})^2} = 6.40 \times 10^{-7} \text{ N}$$

همان‌طور که محاسبه این مثال نشان می‌دهد، نیروی گرانشی میان جسم‌های با جرم کوچک قابل ملاحظه نیست.

مثال ۲۰-۲



ماهواره‌ها در اثر نیروی گرانشی بین زمین و ماهواره، روی مدار تقریباً دایره‌ای به دور زمین می‌چرخند. اگر جرم ماهواره 200 kg و فاصله آن از سطح زمین 2600 km باشد، کمیت‌های زیر را محاسبه کنید:

الف) نیروی گرانشی بین ماهواره و زمین

ب) تندی مداری ماهواره

پ) دوره گردش ماهواره ($M_e = 5.98 \times 10^{24} \text{ kg}$, $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N.m}^2/\text{kg}^2$)

(شعاع زمین = $R_e = 6400 \text{ km}$)

پاسخ: ماهواره را به صورت ذره و زمین را به صورت کره‌ای همگن که جرم آن در مرکزش قرار دارد در نظر می‌گیریم و به کمک رابطه ۲-۱۵، نیروی گرانشی بین آنها را محاسبه می‌کنیم.
(الف)

$$r = R_e + h = 6400 \text{ km} + 2600 \text{ km} = 9000 \text{ km} = 9.000 \times 10^6 \text{ m}$$

$$F = G \frac{M_e m}{r^2} = (6.67 \times 10^{-11} \text{ N.m}^2/\text{kg}^2) \frac{(5.98 \times 10^{24} \text{ kg})(200 \text{ kg})}{(9.000 \times 10^6 \text{ m})^2} = 988 \text{ N}$$

ب) از رابطه ۲-۱۴، برای پیدا کردن تندی ماهواره استفاده می‌کنیم:

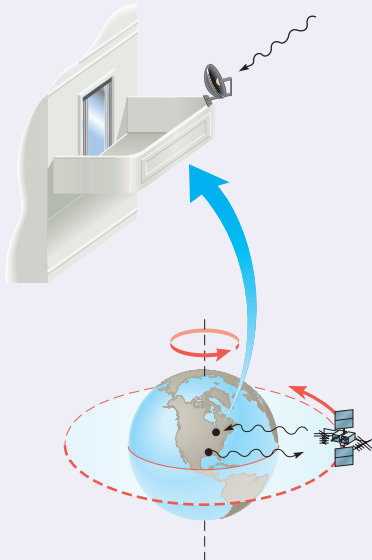
$$F_{net} = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow 988 \text{ N} = (200 \text{ kg}) \frac{v^2}{9.000 \times 10^6 \text{ m}} \Rightarrow v = 6.66 \times 10^3 \text{ m/s}$$

پ) با استفاده از رابطه بین سرعت و دوره یعنی رابطه ۲-۱۲، می‌توانیم دوره را محاسبه کنیم:

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2(3.14 \text{ rad})(9.000 \times 10^6 \text{ m})}{6.66 \times 10^3 \text{ m/s}} = 8.49 \times 10^3 \text{ s} = 2.36 \text{ h}$$

یعنی این ماهواره در هر 2.36 h یک بار به دور زمین می‌چرخد.

تمرین ۱۱-۲

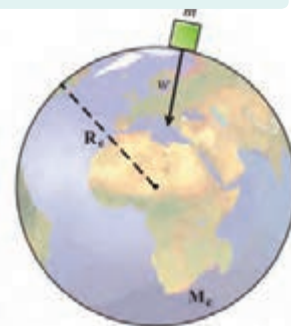


مدار همگام با زمین^۱ و ماهواره‌های مخابراتی: از دیدگاه مخابراتی، باقی ماندن ماهواره در یک محل نسبت به مکانی در روی زمین (مثلاً بالای ایران) امتیاز محسوب می‌شود. این در صورتی رخ می‌دهد که دوره گردش ماهواره به دور زمین با مدت زمان یک دور چرخش زمین به دور خودش، یعنی $h = 24/0$ یکسان باشد. الف) در چه فاصله‌ای از زمین می‌توان این مدار همگام با زمین را یافت؟ ب) تندی مداری این ماهواره چقدر است؟

پرسش ۱۱-۲

نشان دهید مربع دوره گردش ماهواره‌ها به دور زمین متناسب با مکعب فاصله ماهواره از مرکز زمین است.

وزن و نیروی گرانشی: در بخش ۲-۲، در مورد وزن یک جسم مطالبی را آموختیم. در آنجا گفتیم وزن یک جسم روی زمین برابر با نیروی گرانشی است که زمین بر جسم وارد می‌کند (شکل ۲-۲۶). اگر جرم جسم را با m ، جرم زمین را با M_e و شعاع زمین را با R_e نمایش دهیم، وزن جسم روی سطح زمین از رابطه زیر به دست می‌آید:



شکل ۲-۲۶ وزن نیروی گرانشی است که زمین بر جسم وارد می‌کند.

$$W = G \frac{M_e m}{R_e^2} \quad (\text{وزن جسم در سطح زمین}) \quad (۱۶-۲)$$

تمرین ۱۲-۲

نشان دهید شتاب گرانشی روی زمین برابر است با: $g = G \frac{M_e}{R_e^2}$

تمرین ۱۳-۲

تلسکوپ فضایی هابل با تندی 7560 m/s گرد زمین می‌چرخد. الف) فاصله این تلسکوپ از سطح زمین چند کیلومتر است؟ ب) وزن این تلسکوپ در این ارتفاع چند برابر وزن آن روی زمین است؟ پ) دوره تناوب این تلسکوپ را پیدا کنید. ($R_e = 6380 \text{ km}$)



۴. در شکل روبه‌رو وقتی وزنه $4/0 \text{ kg}$ را به فنر آویزان می‌کنیم، طول فنر $14/0 \text{ cm}$ می‌شود، و وقتی وزنه $5/0 \text{ kg}$ را به فنر آویزان می‌کنیم، طول فنر $15/0 \text{ cm}$ می‌شود. (الف) ثابت فنر چقدر است؟ (ب) طول عادی فنر (بدون وزنه) چند سانتی‌متر است؟

۵. در هر یک از موارد زیر، نیروهای وارد بر جسم را مشخص کنید. واکنش هر یک از این نیروها به چه جسمی وارد می‌شود؟

(الف) خودرویی با سرعت ثابت در یک مسیر مستقیم افقی در حال حرکت است.

(ب) کشتی‌ای با سرعت ثابت در حال حرکت است.

(پ) قایقرانی در حال پارو زدن است.

(ت) چتربازی در هوای آرام و در امتداد قائم در حال سقوط است.

(ث) هواپیمایی در یک سطح پروازی افقی با سرعت ثابت در حال حرکت است.

(ج) تویی در راستای قائم به زمین برخورد می‌کند و برمی‌گردد.

۶. راننده خودرویی که با سرعت $72/0 \text{ km/h}$ در یک مسیر مستقیم در حال حرکت است، با دیدن مانعی اقدام به ترمز می‌کند و خودرو پس از طی مسافت $2/0 \text{ m}$ متوقف می‌شود.

(الف) شتاب خودرو در مدت ترمز چقدر است؟

(ب) از لحظه ترمز تا توقف کامل خودرو، چقدر طول می‌کشد؟

(پ) نیروی اصطکاک بین لاستیک‌ها و سطح چقدر است؟

جرم خودرو را 1200 kg فرض کنید.

۷. چتربازی از یک بالگرد تقریباً ساکن که در ارتفاع نسبتاً

زیادی قرار دارد، به بیرون می‌پرد و پس از مدتی چتر خود را باز می‌کند و در امتداد قائم سقوط می‌کند. حرکت چترباز را از لحظه پرش تا رسیدن به زمین تحلیل کنید و نموداری تقریبی از تندی آن بر حسب زمان رسم کنید.

۱-۲ و ۲-۲ قوانین حرکت نیوتون و معرفی برخی از نیروهای خاص

۱. سیبی را در نظر بگیرید که به شاخه درختی آویزان است و سپس از درخت جدا می‌شود.

(الف) با رسم شکل نیروهای وارد بر سیب را قبل و بعد از جدا شدن از درخت نشان دهید. (ب) در هر حالت واکنش این نیروها بر چه اجسامی وارد می‌شود؟

۲. دانش‌آموزی به جرم $5/0 \text{ kg}$ روی یک ترازوی فنری در آسانسور ایستاده است. در هر یک از حالت‌های زیر این ترازو چند نیوتون را نشان می‌دهد؟ ($g=9/80 \text{ N/kg}$)

(الف) آسانسور ساکن است.

(ب) آسانسور با سرعت ثابت حرکت می‌کند.

(پ) آسانسور با شتاب $1/2 \text{ m/s}^2$ به طرف بالا شروع به حرکت می‌کند.

(ت) آسانسور با شتاب $1/2 \text{ m/s}^2$ به طرف پایین شروع به حرکت می‌کند.

۳. در شکل نشان داده شده، شخص با نیروی 200 N جسم

900 kg را هل می‌دهد، اما جسم ساکن می‌ماند. ولی

وقتی با نیروی 300 N جسم را هل می‌دهد، جسم در آستانه حرکت قرار می‌گیرد.



(الف) نیروی اصطکاک ایستایی بین جسم و سطح در هر حالت چقدر است؟

(ب) ضریب اصطکاک ایستایی بین جسم و سطح چقدر است؟

(پ) اگر پس از حرکت، شخص با نیروی 200 N جسم را هل

دهد و ضریب اصطکاک جنبشی بین سطح و جسم $0/20$ باشد،

شتاب حرکت جسم چقدر خواهد شد؟

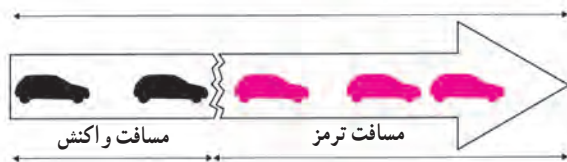
II. وزنه‌ای به جرم 2 kg را به انتهای فنری به طول 12 cm که ثابت آن 20 N/cm است می‌بندیم و فنر را از سقف یک آسانسور آویزان می‌کنیم. طول فنر را در حالت‌های زیر محاسبه کنید.
الف) آسانسور ساکن است.

ب) آسانسور با سرعت ثابت 2 m/s رو به پایین در حرکت است.

پ) آسانسور با شتاب ثابت 2 m/s^2 از حال سکون رو به پایین شروع به حرکت کند.

ت) آسانسور با شتاب ثابت 2 m/s^2 از حال سکون رو به بالا شروع به حرکت کند.

III. برای یک راننده دانستن کل مسافت توقف خودرو اهمیت دارد. همان‌طور که شکل نشان می‌دهد کل مسافت توقف، دو قسمت دارد؛ مسافت واکنش (مسافتی که خودرو از لحظه دیدن مانع تا ترمز گرفتن طی می‌کند) و مسافت ترمز (مسافتی که خودرو از لحظه ترمز گرفتن تا توقف کامل طی می‌کند).



کل مسافت توقف = مسافت ترمز + مسافت واکنش

الف) دو عامل مؤثر در مسافت واکنش را بنویسید.

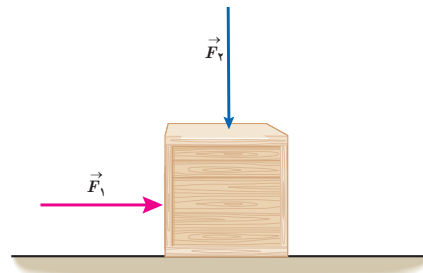
ب) زمان واکنش راننده‌ای 0.6 s است. در طی این زمان، خودرو مسافت 18 m را طی می‌کند. با فرض ثابت بودن سرعت در این مدت، اندازه آن را حساب کنید.

پ) اگر در این سرعت راننده ترمز کند و خودرو پس از 5 s متوقف شود، مسافت ترمز و شتاب خودرو را حساب کنید.

ت) وقتی خودرو ترمز می‌کند، نیروی خالص وارد بر آن چقدر است؟ جرم خودرو را 1500 kg فرض کنید.

III. یک خودروی باری با طناب افقی محکمی، یک خودروی سواری به جرم 1500 kg را می‌کشد. نیروی اصطکاک و مقاومت هوا در مقابل حرکت خودروی سواری 220 N و

II. در شکل زیر، نیروی F_1 به بزرگی 20 N بر جعبه وارد شده است، اما جعبه همچنان ساکن است. اگر در همین حالت بزرگی نیروی قائم F_2 که جعبه را به زمین می‌فشارد از صفر شروع به افزایش کند، کمیت‌های زیر چگونه تغییر می‌کنند؟



الف) اندازه نیروی عمودی سطح وارد بر جعبه

ب) اندازه نیروی اصطکاک ایستایی وارد بر جعبه

پ) اندازه بیشینه نیروی اصطکاک ایستایی

ت) نیروی خالص وارد بر جسم

IV. می‌خواهیم به جسمی که جرم آن 5 kg است، شتاب 2 m/s^2 بدهیم. در هر یک از حالت‌های زیر، نیرویی را که باید به جسم وارد کنیم محاسبه کنید. از مقاومت هوا صرف نظر می‌شود.
الف) جسم روی سطح افقی بدون اصطکاک حرکت کند.

ب) جسم روی سطح افقی با ضریب اصطکاک 0.2 به طرف راست حرکت کند، و شتابش نیز به طرف راست باشد.

پ) جسم در راستای قائم با شتاب رو به بالا شروع به حرکت کند.

ت) جسم در راستای قائم با شتاب رو به پایین شروع به حرکت کند.

I. قطعه چوبی را با سرعت افقی 10 m/s روی سطحی افقی پرتاب می‌کنیم. ضریب اصطکاک جنبشی بین چوب و سطح 0.2 است.

الف) چوب پس از پیمودن چه مسافتی می‌ایستد؟

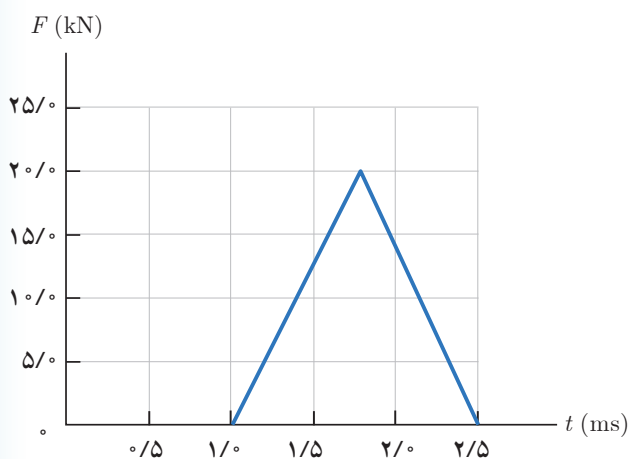
ب) اگر از یک قطعه چوب دیگر استفاده کنیم که جرم آن دو برابر جرم قطعه چوب اول و ضریب اصطکاک جنبشی آن با سطح افقی با اولی یکسان باشد و با همان سرعت پرتاب شود، مسافت پیموده شده آن چند برابر می‌شود؟

الف) علت این پدیده‌ها را توضیح دهید. ب) نقش کمربند ایمنی و کیسه هوا در کم شدن آسیب‌ها در تصادف‌ها را بیان کنید.

۱۶. توپی به جرم 28 g با تندی 15 m/s به طور افقی به بازیکنی نزدیک می‌شود. بازیکن با مشت به توپ ضربه می‌زند و باعث می‌شود توپ با تندی 22 m/s در جهت مخالف برگردد. الف) اندازه تغییر تکانه توپ را محاسبه کنید.

ب) اگر مشت بازیکن 60 s با توپ در تماس باشد، اندازه نیروی متوسط وارد بر مشت بازیکن از طرف توپ را به دست آورید.

۱۷. شکل زیر، منحنی نیروی خالص بر حسب زمان را برای توپ بیسبالی که با چوب بیسبال به آن ضربه زده شده است، نشان می‌دهد. تغییر تکانه توپ و نیروی خالص متوسط وارد بر آن را به دست آورید.



۲-۴ حرکت دایره‌ای یکنواخت

۱۸. پره‌های یک بالگرد در هر دقیقه، 1000 دور می‌چرخند. طول پره‌ها را 4 m فرض کنید و کمیت‌های زیر را برای پره‌ها محاسبه کنید.

الف) دوره تناوب پره‌ها

ب) تندی در وسط و نوک پره‌ها

پ) شتاب مرکز گرا در وسط و نوک پره‌ها

۱۹. حداقل ضریب اصطکاک ایستایی بین چرخ‌های خودرو و سطح جاده چقدر باشد تا خودرو بتواند با تندی 54 km/h پیچ افقی مسطحی را که شعاع آن 50 m است، دور بزند؟

28°N است.



الف) اگر سرعت خودرو ثابت باشد نیروی کشش طناب چقدر است؟

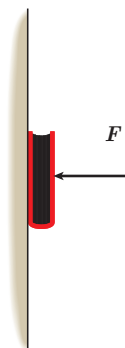
ب) اگر خودرو با شتاب ثابت 2 m/s^2 به طرف راست کشیده شود، نیروی کشش طناب چقدر است؟

۱۴. کتابی را مانند شکل با نیروی عمودی F به دیوار قائمی فشرده و ثابت نگه داشته‌ایم.

الف) نیروهای وارد بر کتاب را رسم کنید.

ب) اگر جرم کتاب $2/5\text{ kg}$ باشد، اندازه نیروی اصطکاک را به دست آورید.

پ) اگر کتاب را بیشتر به دیوار بفشاریم، آیا نیروی اصطکاک تغییر می‌کند؟ با این کار چه نیروهایی افزایش می‌یابد؟



۲-۳ تکانه و قانون دوم نیوتون

۱۵. وقتی در خودروی ساکنی نشسته‌اید و خودرو ناگهان شروع به حرکت می‌کند، به صندلی فشرده می‌شوید. همچنین اگر در خودروی در حال حرکتی نشسته باشید، در توقف ناگهانی به جلو پرتاب می‌شوید.



۵-۲ نیروی گرانشی

۲۰. دو جسم در فاصله 20°m از هم، یکدیگر را با نیروی

گرانشی کوچک 10^{-8}N جذب می کنند. اگر جرم یکی

از اجسام 50°kg باشد، جرم جسم دیگر چقدر است؟

۲۱. ماهواره‌ای به جرم 600°kg در مداری دایره‌ای به ارتفاع

2800 کیلومتر از سطح زمین، به دور آن می چرخد.

الف) نیروی گرانشی وارد بر ماهواره

ب) شتاب ماهواره

پ) تندی ماهواره

ت) دوره تناوب ماهواره را در این ارتفاع به دست آورید.

($M_e = 5/98 \times 10^{24}\text{kg}$ و $R_e = 6400^{\circ}\text{km}$)

۲۲. الف) در چه ارتفاعی از سطح زمین، وزن یک شخص به

نصف مقدار خود در سطح زمین می رسد؟

ب) اگر جرم ماهواره‌ای 25°kg باشد، وزن آن در ارتفاع

36000 کیلومتری از سطح زمین چقدر خواهد شد؟

۲۳. الف) شتاب گرانشی ناشی از خورشید در سطح زمین چقدر

است؟

ب) شتاب گرانشی ناشی از ماه در سطح زمین چقدر است؟

$M_{\text{خورشید}} = 1/99 \times 10^{30}\text{kg}$ و $M_{\text{ماه}} = 7/36 \times 10^{22}\text{kg}$

$149/6 \times 10^6\text{km}$ = فاصله زمین تا خورشید

$3/84 \times 10^5\text{km}$ = فاصله زمین تا ماه

۲۴. الف) سفینه‌ای به جرم $3/00 \times 10^4\text{kg}$ در وسط فاصله بین

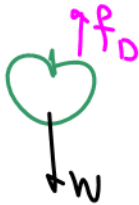
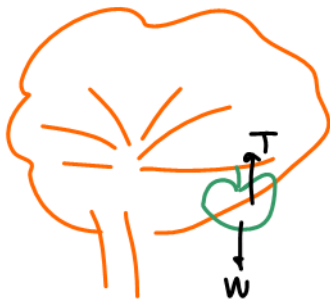
زمین و ماه قرار دارد. نیروی گرانشی خالصی را که از طرف

زمین و ماه به این سفینه در این مکان وارد می شود به دست آورید

(از داده‌های مسئله‌های قبل استفاده کنید).

ب) در چه فاصله‌ای از زمین، نیروی گرانشی ماه و زمین بر

سفینه، یکدیگر را خنثی می کنند؟



۱-۲ و ۲-۲ قوانین حرکت نیوتون و معرفی برخی از نیروهای خاص

۱. سببی را در نظر بگیرید که به شاخه درختی آویزان است و سپس از درخت جدا می‌شود.

الف) با رسم شکل نیروهای وارد بر سبب را قبل و بعد از جداشدن از درخت نشان دهید. ب) در هر حالت واکنش این

نیروها بر چه اجسامی وارد می‌شود؟

وزن -
 مرکز زمین
 از مرکز زمین به سبب W
 شافه
 از شافه به سبب T
 هوا
 از هوا به سبب F_D

۴. دانش آموزی به جرم 50 kg روی یک ترازوی فنری در آسانسور ایستاده است. در هر یک از حالت‌های زیر این ترازو چند نیوتون را نشان می‌دهد؟ ($g = 9.8 \text{ N/kg}$)

$$\text{ساکن} \Rightarrow F_{\text{net}} = 0 \rightarrow F_N - mg = 0$$

$$F_N = mg = 50 \times 9.8 = 490 \text{ N}$$

(الف) آسانسور ساکن است. $F_N = 490 \text{ N}$

(ب) آسانسور با سرعت ثابت حرکت می‌کند. $F_N = 490 \text{ N}$

(پ) آسانسور با شتاب $1/2 \text{ m/s}^2$ به طرف بالا شروع به حرکت می‌کند. $F_N = 550 \text{ N}$

(ت) آسانسور با شتاب $1/2 \text{ m/s}^2$ به طرف پایین شروع به حرکت می‌کند. $F_N = 430 \text{ N}$

$$\uparrow a = 1/2 \Rightarrow F_N - Mg = Ma$$

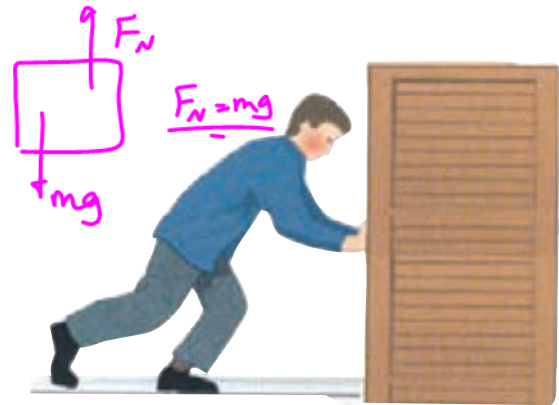
$$\Rightarrow F_N = M(g+a) = 50 \times 11 = 550 \text{ N}$$

(ت) آسانسور با شتاب $1/2 \text{ m/s}^2$ به طرف پایین شروع به حرکت می‌کند. $F_N = 430 \text{ N}$

$$F_N = 430 \text{ N}$$

$$\downarrow a = 1/2 \quad F_N - Mg = M \times (-1/2) \rightarrow F_N = M(9.8 - 1/2) = 50 \times 8.6 = 430 \text{ N}$$

۳. در شکل نشان داده شده، شخص با نیروی 200 N جسم 90% کیلوگرمی را هل می‌دهد، اما جسم ساکن می‌ماند. ولی وقتی با نیروی 300 N جسم را هل می‌دهد، جسم در آستانه حرکت قرار می‌گیرد.



الف) نیروی اصطکاک ایستایی بین جسم و سطح در هر حالت چقدر است؟

ب) ضریب اصطکاک ایستایی بین جسم و سطح چقدر است؟

پ) اگر پس از حرکت، شخص با نیروی 200 N جسم را هل دهد و ضریب اصطکاک جنبشی بین سطح و جسم 20% باشد، شتاب حرکت جسم چقدر خواهد شد؟

$$F_1 = 200\text{ N} \rightarrow f_s = F_1 = 200\text{ N}$$

$$F_2 = 300\text{ N} \Rightarrow f_{s_{\max}} = F_2 = 300\text{ N}$$

$$f_{s_{\max}} = \mu_s F_N = \mu_s mg$$

$$300 = \mu_s \times 900 \rightarrow \mu_s = \frac{1}{3}$$

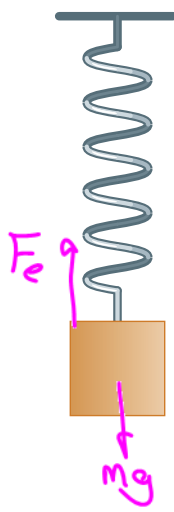
$$F - f_k = ma$$

$$200 - \mu_k mg = m \times a$$

$$200 - 0.2 \times 900 = 90a$$

$$200 - 180 = 90a \rightarrow a = \frac{20}{9} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

۴. در شکل روبه‌رو وقتی وزنه $4/0 \text{ kg}$ را به فنر آویزان می‌کنیم، طول فنر $14/0 \text{ cm}$ می‌شود، و وقتی وزنه $5/0 \text{ kg}$ را به فنر آویزان می‌کنیم، طول فنر $15/0 \text{ cm}$ می‌شود.
الف) ثابت فنر چقدر است؟ ب) طول عادی فنر (بدون وزنه) چند سانتی‌متر است؟



$$F_{net} = 0$$

$$F_e - mg = 0$$

$$\Rightarrow F_e = mg$$

$$\Rightarrow kx = mg$$

$$k(L - L_0) = mg$$

$$\left. \begin{array}{l} k(14 - L_0) = 4 \\ k(15 - L_0) = 5 \end{array} \right\} \rightarrow \frac{14 - L_0}{15 - L_0} = \frac{4}{5} \rightarrow 70 - 5L_0 = 60 - 4L_0 \rightarrow L_0 = 10$$

$$\hookrightarrow k(15 - 10) = 5 \rightarrow k = 1.0 \frac{\text{N}}{\text{cm}} = 100 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

۵. در هر یک از موارد زیر، نیروهای وارد بر جسم

را مشخص کنید. واکنش هر یک از این نیروها به چه جسمی وارد می شود؟

الف) خودرویی با سرعت ثابت در یک مسیر مستقیم افقی در حال حرکت است.

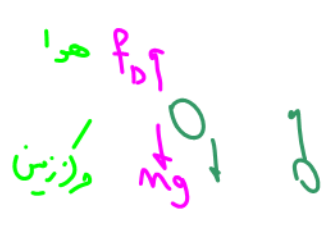
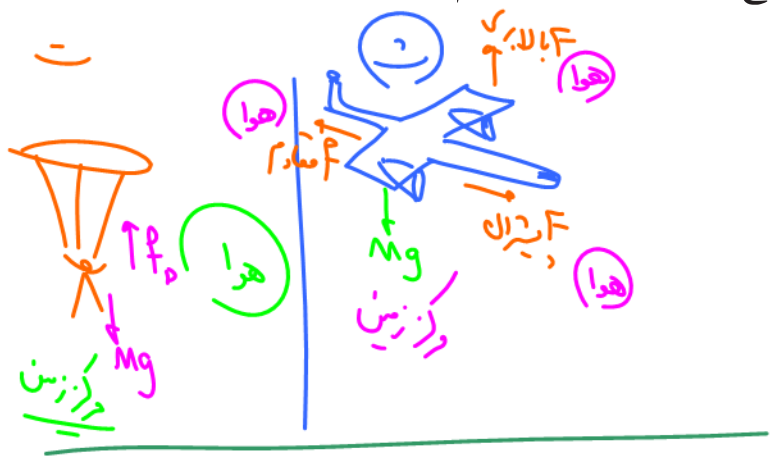
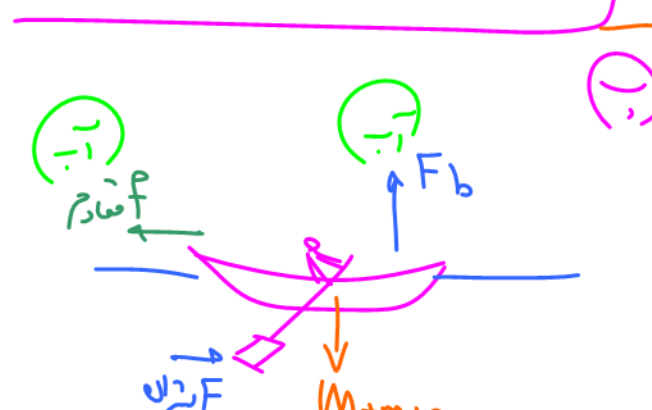
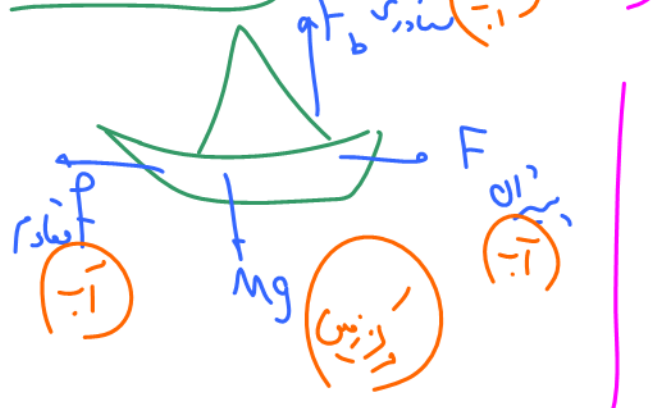
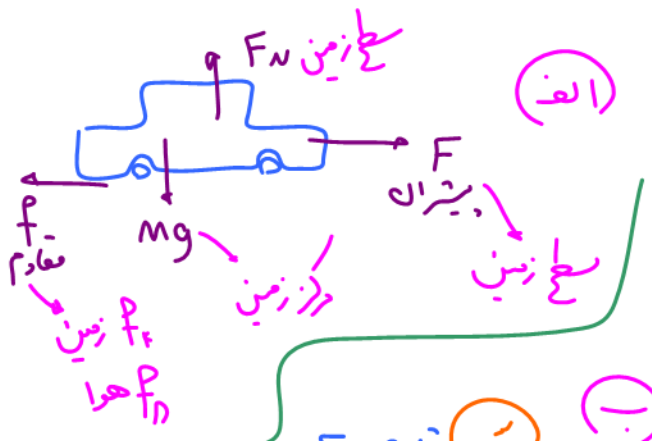
ب) کشتی ای با سرعت ثابت در حال حرکت است.

پ) قایقرانی در حال پارو زدن است.

ت) چتربازی در هوای آرام و در امتداد قائم در حال سقوط است.

ث) هواپیمایی در یک سطح پروازی افقی با سرعت ثابت در حال حرکت است.

ج) توپی در راستای قائم به زمین برخورد می کند و برمی گردد.



$$v = 72 \frac{\text{km}}{\text{h}} \div 3,6 = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

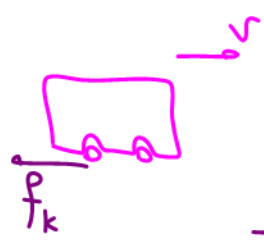
$$72 \frac{\text{km}}{\text{h}} \times \left(\frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}}\right) \times \left(\frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}}\right)$$

$$= \frac{72}{3,6} \frac{\text{m}}{\text{s}} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a \Delta x$$

$$0^2 - 20^2 = 2a \times 20$$

$$a = -10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$



$$-F_k = ma$$

$$-F_k = 1200 \times -10 \rightarrow F_k = 12000 \text{ N}$$

۴. راننده خودرویی که با سرعت 72 km/h در یک مسیر مستقیم در حال حرکت است، با دیدن مانعی اقدام به ترمز می کند و خودرو پس از طی مسافت 20 m متوقف می شود.

الف) شتاب خودرو در مدت ترمز چقدر است؟

ب) از لحظه ترمز تا توقف کامل خودرو، چقدر طول می کشد؟

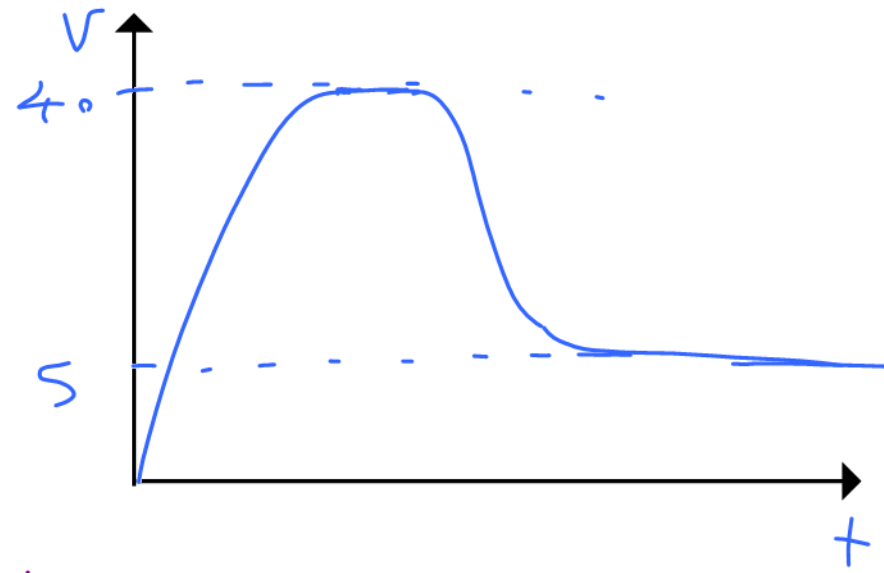
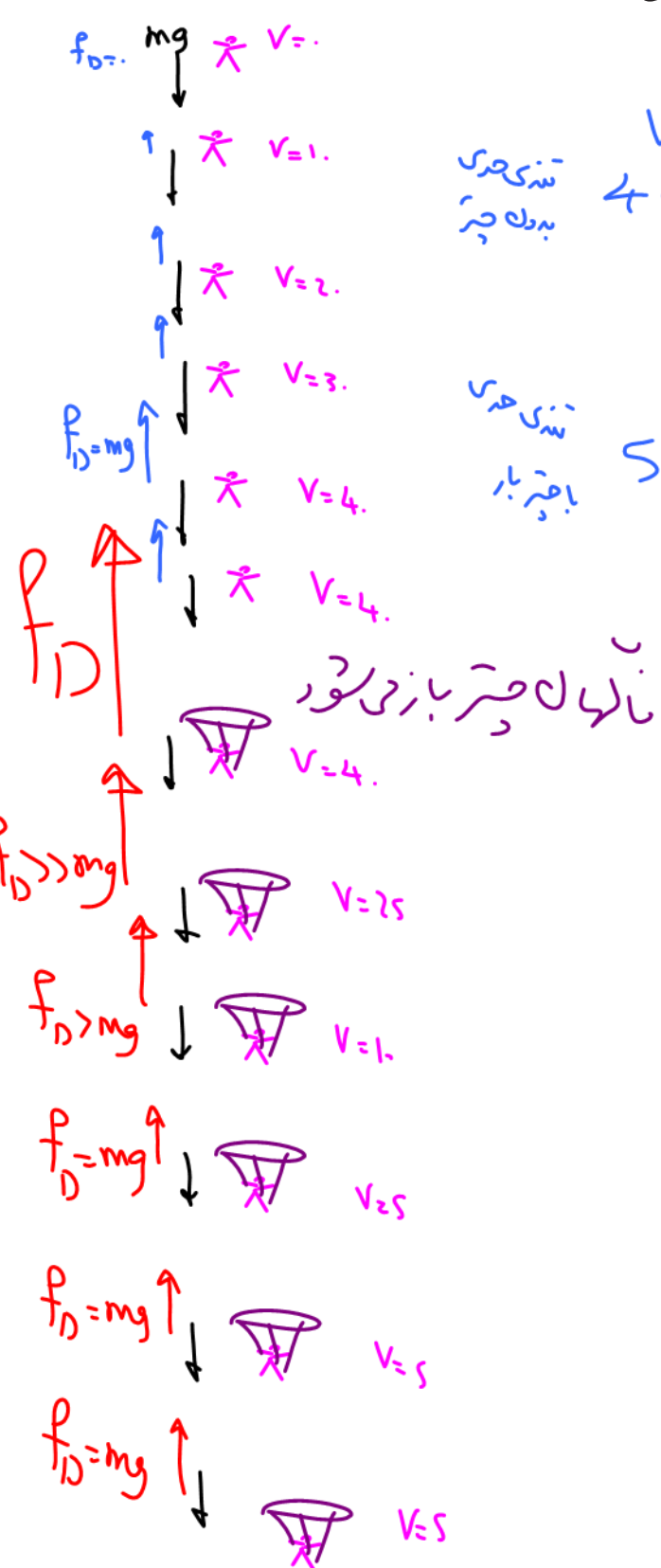
پ) نیروی اصطکاک بین لاستیک ها و سطح چقدر است؟

جرم خودرو را 1200 kg در نظر بگیرید.

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$-10 = \frac{0 - 20}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 2 \text{ s}$$

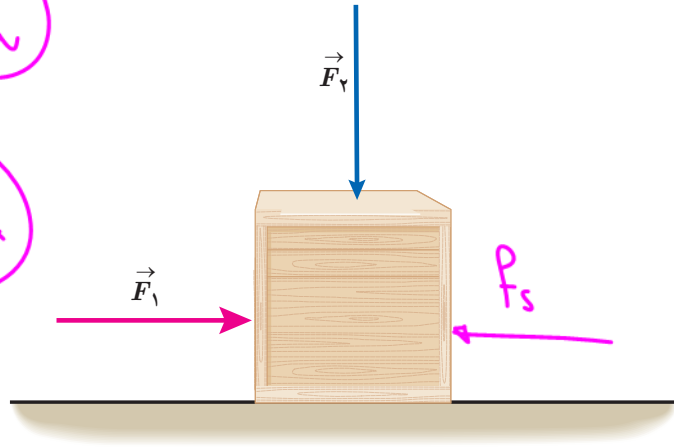
۷. چتربازی از یک بالگرد تقریباً ساکن که در ارتفاع نسبتاً زیادی قرار دارد، به بیرون می‌پرد و پس از مدتی چتر خود را باز می‌کند و در امتداد قائم سقوط می‌کند. حرکت چتر باز را از لحظه پرش تا رسیدن به زمین تحلیل کنید و نموداری تقریبی از تندی آن بر حسب زمان رسم کنید.



۱. در شکل صفحه بعد، نیروی F_1 به بزرگی 200 N بر جعبه وارد شده است، اما جعبه همچنان ساکن است. اگر در همین حالت بزرگی نیروی قائم \vec{F}_2 که جعبه را به زمین می فشارد از صفر شروع به افزایش کند، کمیت های زیر چگونه تغییر می کنند؟

$F_2 \uparrow \Rightarrow F_N = Mg + F_2 \Rightarrow \uparrow F_N$

$\uparrow F_{smax}$



الف) اندازه نیروی عمودی سطح وارد بر جعبه $\uparrow F_N$

ب) اندازه نیروی اصطکاک ایستایی وارد بر جعبه $F_s = F_1$ ثابت

پ) اندازه بیشینه نیروی اصطکاک ایستایی $F_{smax} = \mu_s F_N$

ت) نیروی خالص وارد بر جسم $F_{net} = 0$ ←

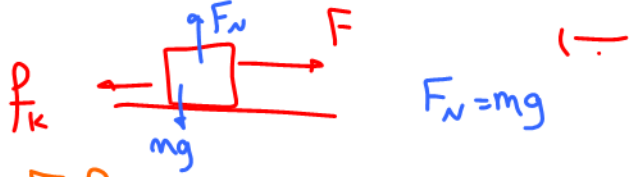


فصل ۲: دینامیک

(الف) $F_{net} = ma$

الف

$$F = ma = 5 \times 2 = 10 \text{ N}$$



$$F_N = mg$$

$$F - f_k = ma \Rightarrow F = f_k + ma = \mu F_N + ma$$

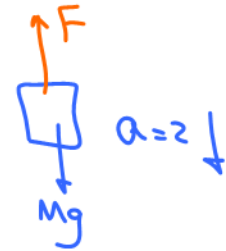
$$= \mu mg + ma = 0.2 \times 50 + 5 \times 2 = 20 \text{ N}$$



$$F - mg = ma$$

$$a = 2$$

$$F = m(g + a) = 5(10 + 2) = 60 \text{ N}$$



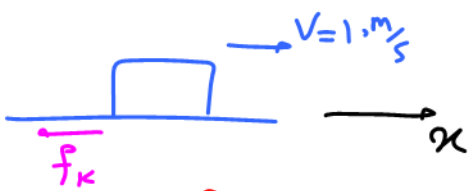
$$Mg - F = ma \Rightarrow F = m(g - a)$$

$$F = 5(10 - 2) = 40 \text{ N}$$

۹. می‌خواهیم به جسمی که جرم آن 5 kg است، شتاب 2 m/s^2 بدهیم. در هر یک از حالت‌های زیر، نیرویی را که باید به جسم وارد کنیم محاسبه کنید. از مقاومت هوا صرف‌نظر می‌شود.

- (الف) جسم روی سطح افقی بدون اصطکاک حرکت کند.
- (ب) جسم روی سطح افقی با ضریب اصطکاک 0.2 به طرف راست حرکت کند، و شتابش نیز به طرف راست باشد.
- (پ) جسم در راستای قائم با شتاب رو به بالا شروع به حرکت کند.
- (ت) جسم در راستای قائم با شتاب رو به پایین شروع به حرکت کند.

۱. قطعه چوبی را با سرعت افقی 10 m/s روی سطحی افقی پرتاب می‌کنیم. ضریب اصطکاک جنبشی بین چوب و سطح 0.20 است.



$$F_{net} = ma \rightarrow -f_k = ma$$

$$-\mu_k mg = ma$$

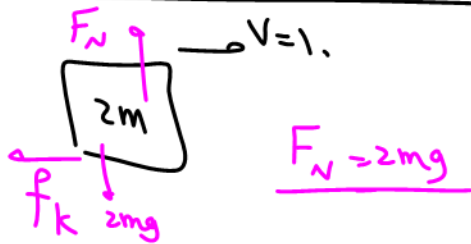
$$a = -\mu_k g = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a \Delta x$$

$$0 - 10^2 = 2 \times (-2) \times \Delta x \rightarrow \Delta x = 25 \text{ m}$$

الف) چوب پس از پیمودن چه مسافتی می‌ایستد؟

ب) اگر از یک قطعه چوب دیگر استفاده کنیم که جرم آن دو برابر جرم قطعه چوب اول و ضریب اصطکاک جنبشی آن با سطح افقی با اولی یکسان باشد و با همان سرعت پرتاب شود، مسافت پیموده شده آن چند برابر می‌شود؟



$$F_{net} = 2ma$$

$$-f_k = 2ma$$

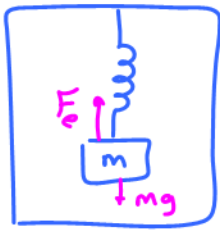
$$-\mu_k \times 2mg = 2ma \rightarrow a = -\mu_k g$$

$$a = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$0^2 - 10^2 = 2 \times (-2) \times \Delta x \rightarrow \Delta x = 25 \text{ m}$$

11. وزنه‌ای به جرم 2 kg را به انتهای فنری به طول 12 cm که ثابت آن 200 N/cm است می‌بندیم و فنر را از سقف یک آسانسور آویزان می‌کنیم. طول فنر را در حالت‌های الف تا ت محاسبه کنید.

الف) آسانسور ساکن است.



الف

$$F_{net} = 0 \Rightarrow F_e - mg = 0$$

$$F_e = mg \Rightarrow kx = 20 \Rightarrow x = 1 \text{ cm}$$

$$L - L_0 = 1 \text{ cm} \Rightarrow L = 13 \text{ cm}$$

ب) آسانسور با سرعت ثابت 2 m/s رو به پایین در حرکت است.

پ) آسانسور با شتاب ثابت 2 m/s^2 از حال سکون رو به پایین شروع به حرکت کند.

ت) آسانسور با شتاب ثابت 2 m/s^2 از حال سکون رو به بالا شروع به حرکت کند.



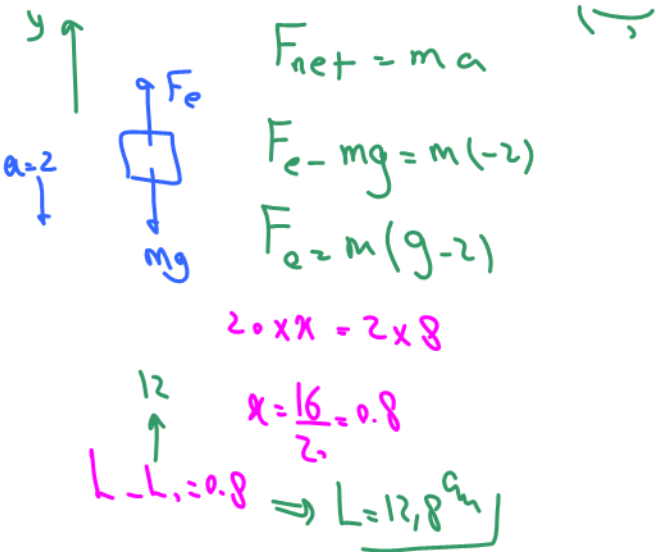
$$F_{net} = ma$$

$$F_e - mg = m \times 2$$

$$F_e = m(g + 2)$$

$$20 \times x = 24 \Rightarrow x = 1.2 \text{ cm}$$

$$L - L_0 = 1.2 \text{ cm} \Rightarrow L = 13.2 \text{ cm}$$



$$F_{net} = ma$$

$$F_e - mg = m(-2)$$

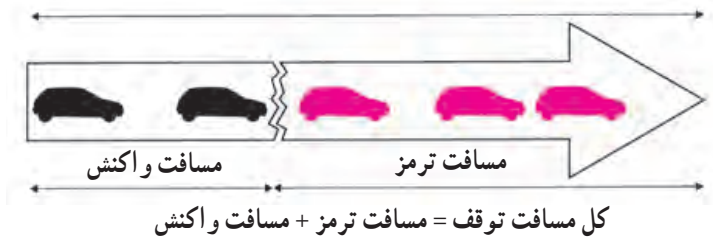
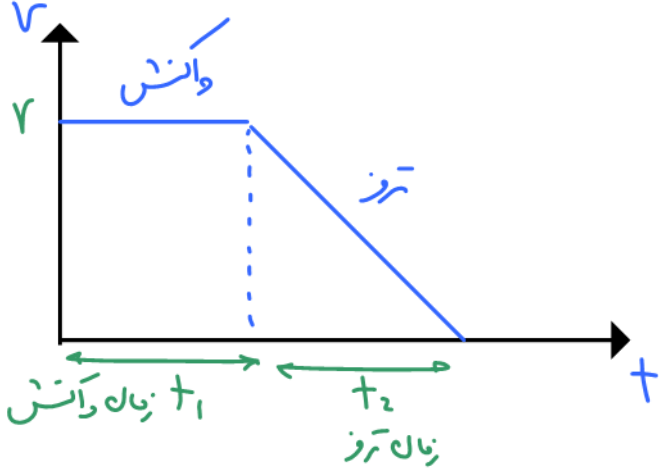
$$F_e = m(g - 2)$$

$$20 \times x = 2 \times 8$$

$$x = \frac{16}{20} = 0.8$$

$$L - L_0 = 0.8 \Rightarrow L = 12.8 \text{ cm}$$

۱۳. برای یک راننده دانستن کل مسافت توقف خودرو اهمیت دارد. همان طور که شکل نشان می‌دهد کل مسافت توقف، دو قسمت دارد؛ مسافت واکنش (مسافتی که خودرو از لحظه دیدن مانع تا ترمز گرفتن طی می‌کند) و مسافت ترمز (مسافتی که خودرو از لحظه ترمز گرفتن تا توقف کامل طی می‌کند).



سرعت و زمان واکنش

الف) دو عامل مؤثر در مسافت واکنش را بنویسید.
 (ب) زمان واکنش راننده‌ای 0.6 s است. در طی این زمان، خودرو مسافت 18 m را طی می‌کند. با فرض ثابت بودن سرعت در این مدت، اندازه آن را حساب کنید.

$$\Delta x = v \Delta t$$

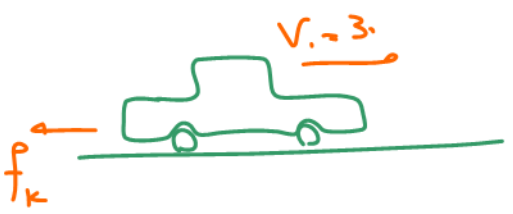
$$18 = v \times 0.6 \rightarrow v = 30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

پ) اگر در این سرعت راننده ترمز کند و خودرو پس از 5 s متوقف شود، مسافت ترمز و شتاب خودرو را حساب کنید.
 ت) وقتی خودرو ترمز می‌کند، نیروی خالص وارد بر آن چقدر است؟ جرم خودرو را 1500 kg فرض کنید.

$$v = at + v_0$$

$$0 = a \times 5 + 30 \rightarrow a = -\frac{30}{5} = -6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\Delta x = \frac{v_1 + v_2}{2} \Delta t = \frac{30 + 0}{2} \times 5 = 75\text{ m}$$



$$F_{\text{net}} = ma$$

$$-f_k = ma$$

$$= 1500 \times -6 = -9000\text{ N}$$

۱۳. یک خودروی باری با طناب افقی محکمی، یک خودروی سواری به جرم 1500 kg را می‌کشد. نیروی اصطکاک و مقاومت هوا در مقابل حرکت خودروی سواری 220 N و 380 N است.

الف) $F_{net} = ?$

$$T - (f_k + f_D) = 0 \Rightarrow T = 600 \text{ N}$$

$$f_D = 380 \text{ N}$$

$$f_k = 220 \text{ N}$$



الف) اگر سرعت خودرو ثابت باشد نیروی کشش طناب T چقدر است؟

ب) اگر خودرو با شتاب ثابت 2 m/s^2 به طرف راست کشیده شود، نیروی کشش طناب چقدر است؟

$$F_{net} = ma$$

$$T - (f_k + f_D) = ma$$

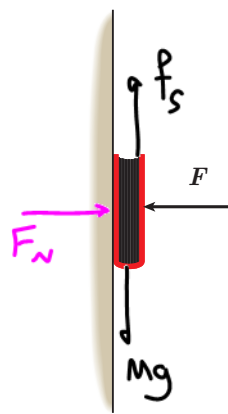
$$T = 3600 \text{ N}$$

$$F_{net} = 0 \Rightarrow \text{حیاتی}$$

$$f_s = mg = 25 \text{ N}$$

$$f_s = mg$$

$$F_{s_{max}} = \mu_s F_N$$



۱۴. کتابی را مانند شکل با نیروی عمودی F به دیوار قائمی فشرده و ثابت نگه داشته ایم. الف) نیروهای وارد بر کتاب را رسم کنید. ب) اگر جرم کتاب $2/5 \text{ kg}$ باشد، اندازه نیروی اصطکاک را به دست آورید. پ) اگر کتاب را بیشتر به دیوار بفشاریم، آیا نیروی اصطکاک تغییر می کند؟ با این کار

چه نیروهایی افزایش می یابد؟ $F_{s_{max}}$ و F_N

۱۵. وقتی در خودروی ساکنی نشسته اید و خودرو ناگهان شروع به حرکت می کند، به صندلی فشرده می شوید. همچنین اگر در خودروی در حال حرکتی نشسته باشید، در توقف ناگهانی به جلو پرتاب می شوید.



الف) علت این پدیده ها را توضیح دهید. ب) نقش کمربند ایمنی و کیسه هوا در کم شدن آسیب ها در تصادف ها را بیان کنید.

اینکه بدن آن که ترمز دارد حرکت قبل خود را حفظ کند

پس در شروع حرکت ترمز دارد ساکن بماند ← فرز رفتن در هنگام

در توقف ترمز دارد حال حرکت قبل را حفظ کند ← پرتاب شدن به جلو

گزینه ایمن: جدویک از پرتاب کف به جلو (منفست با اینرک)

کیسه هوا، افزایش مدت زمان برخورد

$$F_{av} = \frac{m \Delta v}{\Delta t}$$

$\Rightarrow |F_{av}|$
 کیسه هوا

۱۴. تویی به جرم 28 g با تندی 15 m/s به طور افقی به بازیکنی نزدیک می شود. بازیکن با مشت به توپ ضربه می زند و باعث می شود توپ با تندی 22 m/s در جهت مخالف برگردد.

الف) اندازه تغییر تکانه توپ را محاسبه کنید.

ب) اگر مشت بازیکن 0.06 s با توپ در تماس باشد، اندازه نیروی متوسط وارد بر مشت بازیکن از طرف توپ را به دست آورید.

$$P_1 = mV_1 = 0.28 \times 15$$

$$P_2 = mV_2 = 0.28 \times -22$$

$$\Delta P = P_2 - P_1 = 0.28(-22 - 15) = -10.36 \frac{\text{kg m}}{\text{s}}$$

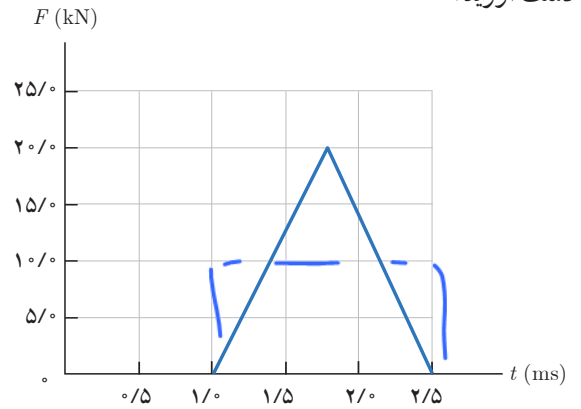
$$|F_{av}| = \left| \frac{\Delta P}{\Delta t} \right| = \left| \frac{-10.36}{0.06} \right| = \underline{172.6 \text{ N}}$$

17. شکل زیر، منحنی نیروی خالص بر حسب زمان را برای توپ بیسبالی که با چوب بیسبال به آن ضربه زده شده است، نشان می‌دهد. تغییر تکانه توپ و نیروی خالص متوسط وارد بر آن را به دست آورید.

$$\Delta P = F \cdot t = \frac{20 \times 10 \times (2.5 - 1) \times 10^{-3}}{2}$$

$$\Delta P = 15 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$F_{av} = \frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{15}{1.5 \times 10^{-3}} = 10^4 \text{ N} = 10 \text{ kN}$$



$$F = \frac{G M_1 M_2}{R^2}$$

$$1. \quad \cancel{10^{-8}} = \frac{6,6 \times \cancel{10^{-11}} \times 50 \times m_2}{2.2^2}$$

$$\frac{4 \times 10^5}{6,6 \times 50} = \frac{4}{3,3} \times 10^3 = 1,21 \times 10^3$$

11. دو جسم در فاصله 20 cm از هم، یکدیگر را با نیروی گرانشی کوچک 10^{-8} N جذب می کنند. اگر جرم یکی از اجسام 50 kg باشد، جرم جسم دیگر چقدر است؟

$$\frac{mg_2}{mg_1} = \frac{1}{2}$$

$$\left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 = \frac{1}{2}$$

$$\left(\frac{R_e}{R_e+h}\right)^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{R_e}{R_e+h} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{1.4} \rightarrow 1.4R_e = R_e+h \rightarrow h = 0.4R_e$$

$$h = 0.4 \times 64..$$

$$h = 256 \text{ km}$$

$$\frac{g_2}{9.8} = \left(\frac{R_e}{R_e+h}\right)^2 = \left(\frac{64..}{64..+36..}\right)^2 = 0.22 \rightarrow g_2 = 0.22$$

$$W = mg_2 = 250 \times 0.22 = 55 \text{ N}$$

19. الف) در چه ارتفاعی از سطح زمین، وزن یک شخص به

نصف مقدار خود در سطح زمین می‌رسد؟

ب) اگر جرم ماهواره‌ای 250 kg باشد، وزن آن در ارتفاع

36000 کیلومتری از سطح زمین چقدر خواهد شد؟

($M_e = 5.98 \times 10^{24} \text{ kg}$ و $R_e = 6400 \text{ km}$)

۲. الف) شتاب گرانشی ناشی از خورشید در سطح زمین چقدر

است؟

ب) شتاب گرانشی ناشی از ماه در سطح زمین چقدر است؟

$$M_{\text{خورشید}} = 1/99 \times 10^{30} \text{ kg} \quad \text{و} \quad M_{\text{ماه}} = 7/36 \times 10^{22} \text{ kg}$$

$$\text{فاصله زمین تا خورشید} = 149/6 \times 10^6 \text{ km}$$

$$\text{فاصله زمین تا ماه} = 3/84 \times 10^5 \text{ km}$$

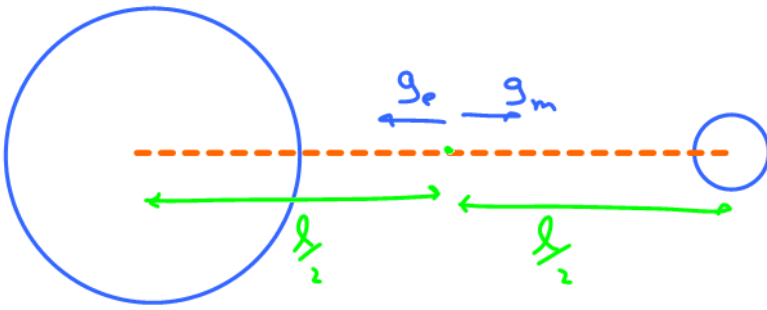
$$g = \frac{GM_s}{R_s^2} = \frac{6 \times 10^{-11} \times 1/99 \times 10^{30}}{(149,6 \times 10^6)^2} = 0,0059 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

فرشید در سطح زمین

$$g = \frac{GM_m}{R_m^2} = \frac{6 \times 10^{-11} \times 7/36 \times 10^{22}}{(3,84 \times 10^8)^2} = 3,3 \times 10^{-5} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

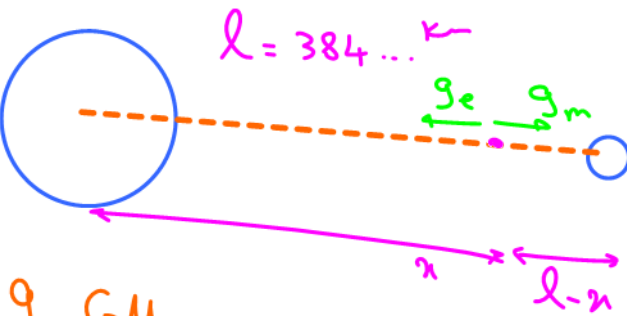
ماه در سطح زمین

III الف) سفینه‌ای به جرم $3/00 \times 10^4 \text{ kg}$ در وسط فاصله بین زمین و ماه قرار دارد. نیروی گرانشی خالصی را که از طرف زمین و ماه به این سفینه در این مکان وارد می‌شود به دست آورید (از داده‌های مسئله‌های قبل استفاده کنید).
 ب) در چه فاصله‌ای از زمین، نیروی گرانشی ماه و زمین بر سفینه، یکدیگر را خنثی می‌کنند؟



$$g_e = \frac{G M_e}{(\frac{l}{2})^2} = \frac{6,6 \times 10^{-11} \times 5,98 \times 10^{24}}{(192 \times 10^6)^2} = \frac{39,5 \times 10^{13}}{36864 \times 10^{12}} = \frac{395}{36864} = 0,001$$

$$g_m = \frac{G M_m}{(\frac{l}{2})^2} = \frac{6,66 \times 10^{-11} \times 7,36 \times 10^{22}}{(192 \times 10^6)^2} = \frac{49 \times 10^{11}}{36864 \times 10^{12}} = 1,3 \times 10^{-4}$$



$$g_e = \frac{G M_e}{x^2} \quad \left\{ \begin{array}{l} g_m = g_e \\ \frac{G M_e}{x^2} = \frac{G M_m}{(l-x)^2} \end{array} \right.$$

$$\frac{M_e}{M_m} = \left(\frac{x}{l-x} \right)^2 = \frac{5,96 \times 10^{24}}{7,36 \times 10^{22}} \approx 81$$

$$\frac{x}{l-x} = 9$$

$$x = 0,9 \times 384 \dots \text{ km} = 3456 \dots \text{ km}$$

$$l-x = 0,1 \times 384 \dots = 384 \dots \text{ km}$$

